НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Рецензии, аннотации, отзывы

С.Н. БЫЧКОВ. «ГРЕЧЕСКОЕ ЧУДО» И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИКА. – М.: РГГУ, 2007. – 192 с.

Н.И. КУЗНЕЦОВА

Немилостивой оказалась судьба к философии науки в XX столетии. Надежды Шлика и Карнапа на наведение порядка в научном знании средствами логического анализа его языка не получили подкрепления, так что призыв Поппера к ученым вместо поиска окончательных истин довольствоваться лишь нахождением более или менее удовлетворительных объяснений не был гласом вопиющего в пустыне. На смену фальсификационизму Поппера пришла методология научно-исследовательских программ Лакатоса, а там, минуя «социологический релятивизм» Куна, было уже недалеко до «эпистемологического анархизма» Фейерабенда» с его обезоруживающим «anything goes». В рецензируемой книге под сомнение ставится уже не плодотворность попыток философского осмысления науки, а сама правомерность этого продукта греческой мысли. Уникальный характер эллинской «феории» в сравнении с научными знаниями древних восточных цивилизаций оценивается С.Н. Бычковым не как благо, а как нечто маргинальное. Отсутствие же в Китае или Индии теоретических достижений, могущих быть поставленных рядом с классическими европейскими образцами, рассматривается с такой точки зрения не как свидетельство незрелости данных цивилизаций, а как своего рода «норма».

Формальные причины «исторического эксклюзива» эллинской математики

Автор с самого начала акцентирует внимание на исключительности факта эллинской дедуктивной математики, что делает задачу рационального объяснения возникновения аксиоматического метода в колыбели европейской цивилизации совсем не простой. Естественно, всякая реконструкция должна удовлетворительно объяснять малочисленные исторические свидетельства, но где гарантия, что вновь обнаруженные факты не разрушат предлагаемую концепцию?

Фальсифицируемость исторических реконструкций, по существу, ставит под сомнение саму возможность достижения поставленной в работе цели. Согласно Попперу, научные концепции представляют собой гипотетические построения, с большим или меньшим успехом объясняющие с единых позиций определенный круг явлений. Признавая за историческими исследованиями статус научности, Поппер вместе с тем отказывает им в праве на окончательность своих выводов в отношении прошлого. Тем самым он заранее ставит под сомнение возможность делать какие-либо далеко идущие выводы на основе любой историко-научной реконструкции.

Хотя в данном исследовании, посвященном зарождению аксиоматического метода, такого рода аргументация не служит предметом специального рассмотрения, в другой работе[1] С.Н. Бычков анализирует законность убеждения Поппера в пригодности гипотетико-дедуктивного метода к любым проблемам естественнонаучного и гуманитарного знания. Принципиальная неразрешимость проблемы формирования гипотетико-дедуктивного метода в рамках самого этого метода трактуется при этом как неправомерность его претензий на всеобщее значение для человеческого познания. А это, в свою очередь, должно бы заставить искать такой способ реконструкции исторического процесса возникновения теоретической математики, который не опирался бы на привычные каноны гипотетико-дедуктивного метода. Каков же выход?

Автор предлагает использовать в качестве подспорья сам факт функционирования дедуктивной математики как составной части современного научного знания. «Любое целое... в ходе развития постоянно воспроизводит необходимые условия своего существования, которые не зависят ни от места, ни от времени протекания процесса. Эти условия определяются одной только формой данного целого и потому являются *формальными предпосылками* его существования, а тем самым и возникновения» (С. 12).

Прежде всего, он обосновывает невозможность интерналистского объяснения зарождения аксиоматического метода и, соответственно, необходимость привлечения неких внешних по отношению к математике предпосылок его возникновения. С целью устранения момента субъективности в процессе их отыскания привлекается «идея» аксиоматического метода в принадлежащей С.А. Яновской формулировке: «Математик обязан точно указать все свойства определяемых им объектов и не имеет права пользоваться никакими свойствами их, не содержащимися в определении и не вытекающими из него. В последнем случае он должен уметь доказать (используя опять-таки только то, что ему дано, и применяя только заранее перечисленные, как позволенные ему, операции), что свойство, которым он воспользовался, действительно следует из свойств, непосредственно содержащихся в определении» (С. 20). Иными словами, всякая дедуктивная наука должна добровольно ограничивать свою связь с внешним опытом исключительно формулировкой исходных положений, не требуя впоследствии дополнительного обращения к действительности. Исходя из этого постулата, Бычков ставит задачу отыскать сначала формальные, а затем исторические предпосылки возникновения дедуктивной математики.

Формальность предпосылок с точки зрения *истории науки* понимается теперь как их независимость от условий места и времени и представляет собой своеобразный «кантовский регулятив», движение, в направлении которого только и способно поддержать надежду на решение поставленной проблемы. И эта цель, даже если ее выполнимость выглядит изначально весьма и весьма проблематичной, ставится лишь по той причине, что иначе надеяться на построение реконструкции в условиях недостатка исторических сведений попросту нереально.

«Каждая формальная предпосылка, – поясняет автор, – является потенциально также и исторической предпосылкой, но оказаться таковой она может только после дополнения теоретического анализа конкретным историческим исследованием. Формальные предпосылки призваны играть роль того самого критерия, на основе которого выбор исторических предпосылок может быть осуществлен объективным образом» (С. 22). Бóльшая часть первой главы «Формальные предпосылки возникновения дедуктивной науки» представляет собой необходимый первый шаг на пути отыскания собственно исторических предпосылок. Для историко-научной работы первая глава весьма необычна, поскольку все рассуждения здесь проводятся относительно некой абстрактной целесообразной деятельности, происходящей неизвестно где и неизвестно когда (включая и отдаленное будущее), лишь бы эта деятельность, как у Гуссерля в «Начале геометрии», протекала в реальном пространстве и времени.

Намеченный план исследования приводит к следующим результатам. Показано, что аксиоматический метод может возникнуть только в теоретической сфере деятельности, где знание ищется не для достижения какой-то внешней по отношению к нему цели, как это имеет место в прикладных науках, а ради него самого. Далее анализируется предположение, выдвинутое впервые в отчетливой форме А.Д. Александровым, согласно которому дедуктивный способ организации знания мог возникнуть как естественное средство упорядочения учебного материала. Однако исключения повторов в изложении учебного материала с целью достижения максимальной компактности недостаточно для автоматического преобразования науки в дедуктивную форму. Более того, аксиоматический способ построения знания вообще не может возникнуть стихийным образом, появляясь в действительности как ответ на его критику извне со стороны релятивистки настроенных оппонентов.

Если первые две указанные предпосылки не связаны со спецификой предметной области знания, то третья формальная предпосылка возникает как ответ на вопрос о степени значимости для философии науки хорошо известного исторического факта – оформления дедуктивного метода изложения именно в геометрии. Еще в 1956 г. С.А. Яновская поставила и дала ответ на вопрос о причинах, по которым арифметика более чем на два тысячелетия позже геометрии приняла аксиоматическую форму[2]. В геометрии, как показывает автор, словесное постулирование взамен реально проводимых предметных построений возникает в связи с необходимостью защиты утверждения о сумме углов треугольника от «софистических нападок». Именно так возникает потребность в формулировке сначала постулата о параллельных (пятый постулат Евклида), затем четвертого постулата о равенстве прямых углов и, наконец, первых трех постулатов, касающихся возможности проведения «идеализированных» прямых и окружностей.

Найденных формальных предпосылок достаточно, констатирует автор, для объяснения причин отсутствия аксиоматического метода в науке восточных цивилизаций: «В математике Вавилона, Египта, Индии и Китая отсутствовал раздел геометрии, изучающий свойства неограниченных углов» (С. 86).

Исторические причины специфики геометрии стран Востока

Указанные выше формальные предпосылки автор использует как средство отбора «релевантного» исторического материала для воссоздания процесса становления греческой теоретической математики – процесса, завершение которого справедливо усматривают в «Началах» Евклида.

Так как нахождение суммы углов треугольника предполагает знание равенства углов при основании равнобедренного треугольника, возникает вопрос: какого рода жизненные обстоятельства могли способствовать его открытию? Автор объясняет подобную потребность необходимостью соблюдения симметрии при сооружении пирамидальных конструкций: «При постройке пирамиды симметричность сооружаемой конструкции гарантируется равными отступами нового выкладываемого слоя плит по отношению к нижележащему. Главную трудность при этом составляет не столько соблюдение симметрии граней, сколько обеспечение прямолинейности ребер пирамиды. Равенство углов боковых граней строящейся пирамиды по существу обеспечивается уже при выкладывании второго ряда пирамиды (и не наложением еще не построенных углов, а за счет гарантии равенства их «котангенсов», как сказали бы мы сейчас). Главная практическая трудность в дальнейшем – сохранить постоянство котангенсов углов при переходе с последнего выложенного слоя кладки на следующий, что как раз и равносильно обеспечению прямолинейности боковых ребер» (С. 93). Отсутствие всюду кроме Древнего Египта построек, имеющих форму полной пирамиды, объясняет, тем самым, невозможность возникновения дедуктивной геометрии в Вавилоне, Индии и Китае.

Рассмотрение вопроса о хотя бы гипотетической возможности дедуктивного способа изложения в египетской геометрии должно быть отложено до завершения воссоздания процесса «аксиоматизации» эллинской геометрии: «Между осознанием египтянами свойства равенства углов граней пирамиды и последовательным построением греческими учеными науки о свойствах фигур и тел дистанция огромного размера, заполнить которую никакой логике самой по себе не под силу. Причины преобразования практических геометрических сведений египтян в науку о свойствах абстрактных фигур и тел следует искать в конкретных исторических обстоятельствах Древней Греции VI – IV вв. до н. э.» (С. 94).

Попытка продвижения по этому пути сразу наталкивается на существенную трудность. Речь идет о том, что Платон ставил выше геометрии любимую им диалектику, причем именно по тому признаку, который выделял аксиоматическую геометрию среди прочих наук. Касаясь специфики диалектического разума, Платон пишет: «Свои предположения он не выдает за нечто изначальное, напротив, они для него только предположения как таковые, то есть некие подступы и устремления к началу всего, которое уже не предположительно. Достигнув его и придерживаясь всего, с чем оно связано, он приходит затем к заключению, вовсе не пользуясь ничем чувственным, но лишь самими идеями в их взаимном отношении, и его выводы относятся только к ним» (VI книга «Государства»). Преимущество диалектики по отношению к математическим дисциплинам в том, что «бытие и все умопостигаемое при помощи диалектики можно созерцать яснее, чем то, что рассматривается с помощью только так называемых наук, которые исходят из предположений. Правда, и такие исследователи бывают вынуждены созерцать область умопостигаемого при помощи рассудка, а не посредством ощущений, но поскольку они рассматривают ее на основании своих предположений, не восходя к первоначалу, то... они и не могут постигнуть ее умом, хотя она вполне умопостигаема, если постичь ее первоначало».

Так как область умопостигаемого недоступна чувствам, то нередко платоновские идеи представляют в виде бестелесных сущностей, подобных идеальным прямым и окружностям, не имеющим ширины. Но в таком случае вполне могло оказаться, что геометрия стала наукой об идеальных объектах под воздействием учения об идеях.

Привлекая на помощь диалоги «Федр», «Государство» и «Парменид», а также свидетельства Аристотеля из «Метафизики», С.Н. Бычков аргументирует в пользу интерпретации платоновских идей как телесных сущностей, умопостигаемость которых является следствием не их бестелесности, а невидимости по причине нахождения за небесным хребтом. Соответственно, заслуга понимания идей как бестелесных сущностей, находящихся в «Уме-перводвигателе», приписывается Стагириту, причем именно благодаря его ориентации на современную ему аксиоматическую геометрию. Последнее, в свою очередь, становится основанием для вывода, что «исторически ни диалектика Платона, ни “первая философия” Аристотеля не могли выполнить роль “катализатора” в процессе преобразовании геометрии в дедуктивную дисциплину. Данный процесс протекал всецело в рамках “созревания” соответствующих *формальных* предпосылок, а именно – возникновения теоретической науки о свойствах фигур и углов, а также формирования “критической установки” по отношению к знанию вообще» (С. 113).

Изменение характера египетского землемерного искусства при переносе его на землю Эллады объясняется тем, что «для практических потребностей греческой цивилизации, по крайней мере на протяжении VI – IV вв. до н. э., вполне достаточно было использования свойств прямоугольных фигур, в то время как заимствованная из Египта геометрия занималась изучением “произвольных углов”», а это «и обусловило *теоретический* характер последней» (С. 117).

Для описания общественной атмосферы в Элладе, способствовавшей преобразованию теоретической геометрии в форму дедуктивной науки, автор обращается к центральной фигуре греческой софистики – Протагору. Известная история с его учеником Еватлом, отказавшимся платить за обучение, интерпретируется как основание релятивистского тезиса Протагора: «Человек – мера всех вещей». Протагор, пишет автор, «неодобрительно относился к обучению юношей вычислениям, астрономии, геометрии, музыке», а также «настаивал на несоответствии отвлеченных положений геометрии свойствам проводимых на практике линий и фигур, указывая, что окружность касается прямой в действительности не в одной точке, а по целому отрезку» (С. 138). Вместе с тем, в диалоге «Теэтет» ведущий эллинский геометр рубежа V – IV вв. до н.э. Феодор отказывается от защиты релятивистского тезиса своего умершего друга Протагора, лишь когда Сократ с укоризной бросает: «Давай-ка и ты, милейший, последи некоторое время за нашим рассуждением, пока мы не узнаем, тебе ли быть мерой чертежей, или все, подобно тебе, достаточно для себя сильны в астрономии и в прочих областях, в которых ты не без причины выделяешься».

«Распространение в греческих полисах практики словесных споров, в которых участники ради победы были готовы на самые изощренные ухищрения, не могло в конце концов не затронуть и геометрию» (С. 142). Так завершает свое построение исторической реконструкции генезиса аксиоматического метода автор.

Но, быть может, греки просто заимствовали у египтян идею дедуктивного изложения геометрии? Несмотря на наличие элементов «софистической культуры» в Древнем Египте С.Н. Бычков категорически отвергает возможность придания тамошней геометрии аксиоматической формы. Если грекам для обоснования возможности построения квадрата на заданном основании приходилось формулировать постулат о параллельных, то для египтян «любые сомнения в возможности придания основанию пирамиды строгую квадратную форму развеиваются самим фактом успешной постройки множества сооружений подобного рода. Если бы при разметке основания вместо квадрата получился четырехугольник, имеющий только два или три прямых угла, то это с самого начала нарушило бы симметрию сооружения и не позволило бы свести вверху воедино все четыре боковых грани» (С. 152). Таким образом, заслуга дедуктивного построения геометрии, несмотря на факт заимствования Фалесом ее базисных положений у египтян, принадлежит все-таки грекам.

Аксиоматика в современном преподавании: благо или иллюзия блага?

В последней главе предметом анализа становятся проблемы преподавания математики, а также воздействие новейших информационных технологий на человеческую жизнь. Насколько ценен эллинский исторический дар – аксиоматический метод – для современного мира?

Автор утверждает: «Аксиоматика полезна только тогда, когда мы последовательно выводим все более и более сложные утверждения теории из ее начальных основоположений. Когда же мы решаем сложную... задачу, то логическая дедукция может оказаться полезной, лишь если нам повезет выбрать среди множества всех утверждений теории те несколько предложений, от которых действительно зависит успех в ее решении» (С. 167).

Польза от изучения геометрии, согласно автору, не в тренировке дисциплины мышления, а в развитии совсем иного искусства, связанного не с дедуктивной формой изложения, а исключительно с ее наглядным содержанием: «Развитое теоретическое мышление предполагает умение находить связи между явлениями, недоступные обыденному взгляду... Это достигается путем нахождения одной или нескольких "промежуточных ситуаций", совмещающих в себе характеристики двух, выглядящих на первый взгляд совершенно не связанных между собой, явлений...Искусству нахождения подобного рода "опосредующих звеньев" и способна учить геометрия как никакой другой школьный предмет» (С. 170).

В современных информационных технологиях не существует альтернативы: применять аксиоматический метод или нет. «Применять!» – поскольку иной возможности новейшая техника даже перемещающимся во внешней среде роботам не оставляет. Поскольку человек использует дедуктивный стиль мышления лишь при изложении *готовых* математических результатов, а не как способ реально осуществляемого мышления в конкретных условиях пространства и времени, то не удивительно, что компьютеры при всех впечатляющих достижениях в области миниатюризации и ускорения производимых вычислений не достигли ощутимых успехов на пути «интеллектуализации» производимой ими работы. Интеллект в человеко-машинную систему по-прежнему привносится естественно-природной компонентой этого «кентавра», и тем успешней, чем лучше информационные технологии приспособлены к методам продуктивного человеческого воображения.

В заключительном параграфе «Теоретическая математика как социокультурное образование» автор пытается сформулировать непреходящее философское значение «европейской» теоретической математики. Оно видится в том, что «никакая другая наука не сделала столько для сохранения самой *идеи* объективной истины, как математика» (С. 185). На этой высокой ноте и завершается исследование.

С моей точки зрения, главный упрек автору – вернее, *требовательное пожелание* ему – состоит в следующем: было бы желательно переиздать книгу в форме, в большей степени соответствующей ее обязывающему содержанию, исправив имеющиеся опечатки и придав ей более «читабельный» вид.

Примечания

[1] См.: *Бычков С.Н.* Гипотетико-дедуктивный метод и гуманитарное знание // Вестник РГГУ. Вып. 3. Науки о природе и науки о духе: предмет и метод на рубеже XXI века. М., 1996. С. 121 – 126.

[2] См.: *Яновская С.А.* Из истории аксиоматики // Историко-математические исследования. М., 1958. Вып. XI. С. 63 – 96.