

## **Новое пифагорейство, сложность, искусственный интеллект**

*Т.С. Ахромеева*

*Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН,  
Москва, Россия*

*Г.Г. Малинецкий*

*Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН,  
Москва, Россия*

### **Аннотация**

Лейбниц определил математику как «науку о возможных мирах». Но какие миры полагались возможными мыслителями разных эпох? Именно этот вопрос и рассматривается в настоящей работе. По мысли Эйнштейна, развитие науки требует «внешнего оправдания» (наблюдений и экспериментов, которые следует объяснить или предсказать) и внутреннего совершенства (следования внутренней логике этой дисциплины). У математики нет «внешнего оправдания» и эксперимент не может опровергнуть математическую теорию. И в этом смысле математика ближе к творчеству, к искусству, чем к естественной науке. Ее связь с культурой оказывается более сложной и опосредованной. Для объяснения этой связи Д. Белл в рамках своей теории общественного развития выдвигает «осевой принцип», в соответствии с которым в качестве основной характеристики общества рассматривается роль науки в его развитии. С этой точки зрения выделяется традиционное, индустриальное и постиндустриальное общества. Каждой из этих фаз соответствуют свои идеалы, нормы и типы математического творчества. В традиционном обществе, следуя пифагорейской традиции, математика ориентирована на поиск гармонии в природе, на выявление единства на основе универсальных соотношений, определяемых числовыми характеристиками изучаемых сущностей. С приближением к индустриальной эпохе все большее значение приобретает конструктивистский, «проектный» подход. И единство возникает на более высоком «метауровне». Предтечей этого направления предстает являться Декарт, поставивший вопрос о поиске единого, универсального метода решения всех математических задач. В работе прослежено изменение постановок ряда «инвариантных», «вечных» математических проблем, а также эволюция понятия «сложности» в исторической

ретроспективе. Основное внимание уделено постиндустриальной фазе развития цивилизации и «компьютерной математике», которая стала основной формирования виртуальной реальности, во многом изменившей само направление прогресса. В результате этого «экстравертная ориентация» человечества, курс на новые горизонты сменила «интровертная», которая во главу угла ставит задачи, связанные с комфортом, удобством, потреблением. Произшедшая «смена вех» прослежена на основе сравнения «больших проектов», связанных с математикой, выдвигающихся в 1960-е годы, и тех, которые рассматриваются сейчас как приоритетные. По сути дела, мы столкнулись с «кризисом ожиданий». Выход из этого кризиса видится в возрождении на новом уровне «пифагорейской традиции». Но если в традиционном обществе целью развития математики в союзе с другими науками и искусствами было выявление гармонии в мире природы, то в постиндустриальной фазе приоритеты иные. Они связаны с компьютерным моделированием, пониманием и выявлением основ гармонии в мире людей.

**Ключевые слова:** философия математики, междисциплинарные подходы, гуманитарно-технологическая революция, постиндустриальное общество, цифровизация реальности, стратегический прогноз.

**Ахромеева Татьяна Сергеевна** – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН.

[akhromeyeva@gmail.com](mailto:akhromeyeva@gmail.com)

<http://orcid.org/0000-0002-8340-5796>

**Малинецкий Георгий Геннадьевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом моделирования нелинейных процессов Института прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН.

[gmalin@keldysh.ru](mailto:gmalin@keldysh.ru)

<http://orcid.org/0000-0001-6041-1926>

**Для цитирования:** *Ахромеева Т.С., Малинецкий Г.Г.* Новое пифагорейство, сложность, искусственный интеллект // *Философские науки.* 2021. Т. 64. № 1. С. 45–70. DOI: 10.30727/0235-1188-2021-64-1-45-70

## **New Pythagoreanism, Complexity, Artificial Intelligence**

*T.S. Akhromeyeva*

*Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

*G.G. Malinetskiy*

*Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences,  
Moscow, Russia*

### **Abstract**

Leibniz defined mathematics as the “science of possible worlds.” But what worlds were assumed as the possible ones by thinkers of different eras? It is this question that is considered in this article. According to Einstein, development of science requires “external justification” (observations and experiments that should be explained or predicted) and internal perfection (following the internal logic of this discipline). Mathematics has no “external justification” and experiment cannot refute mathematical theory. In this sense, mathematics is closer to creativity, to art than to natural science. Its connection with culture turns out to be more complex and mediated. To explain this connection, Daniel Bell, within the framework of his theory of social development, puts forward the “axial principle,” according to which the role of science is considered as the main characteristic of society. From this point of view, we single out traditional, industrial and post-industrial societies. Each of these phases has its own ideals, norms, and types of mathematical creativity. In traditional society, following the Pythagorean tradition, mathematics is focused on finding harmony in nature, on identifying unity on the basis of universal relationships determined by the numerical characteristics of the objects under study. As the industrial era approaches, the constructivist, or “project-based,” approach becomes increasingly important. And unity emerges at a higher “meta-level.” The forerunner of this direction is Descartes, who raised the question of finding a single, universal method for solving all mathematical problems. The work traces the change in the formulation of a number of “invariant,” “eternal” mathematical problems as well as the evolution of the concept of “complexity” in the historical retrospective. Close attention is paid to the post-industrial phase of civilizational development and to “computer mathematics,” which has become the basis for formation of virtual reality, which in many respects changes the very direction of progress. As a result of this, the “extraverted orientation” of humanity, the course toward new horizons was replaced by the “introvert” one, which prioritizes tasks associated with comfort, convenience, and consumption. The “change of milestones” that has taken place is traced in a comparison of “big projects” related to mathematics that were put forward in the 1960s, and those that are considered as priorities at present. In fact, we are faced with a “crisis of expectations.” We see a way out of this crisis in a revival of the “Pythagorean tradition,” at a new level. But if in a traditional society the goal of the development of mathematics in alliance with other sciences and arts was to reveal harmony in the natural world, then at the post-industrial phase, the priorities are different. They

are associated with computer modeling, understanding, and identifying the foundations of harmony in the human world.

**Keywords:** philosophy of mathematics, interdisciplinary approach, humanitarian and technological revolution, post-industrial society, digitalization of reality, strategic forecasting.

**Tatiana S. Akhromeyeva** – Ph.D. in Physics and Mathematics, Research Fellow, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences.

akhromeyeva@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-8340-5796>

**Georgiy G. Malinetskiy** – D.Sc. in Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of the Modeling of Non-linear Processes, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences.

gmalin@keldysh.ru

<http://orcid.org/0000-0001-6041-1926>

**For citation:** Akhromeyeva T.S. & Malinetskiy G.G. (2021) New Pythagoreanism, Complexity, Artificial Intelligence. *Russian Journal of Philosophical Sciences = Filosofskie nauki*. Vol. 64, no. 1, pp. 45–70.

DOI: 10.30727/0235-1188-2021-64-1-45-70

## Постановка проблемы

Когда человек не знает, к какой пристани он держит путь, для него ни один ветер не будет попутным.

*Сенека Младший. LXXI письмо Луцилию*

Уже в XX веке наука стала большой отраслью экономики и важным стратегическим ресурсом, определяющим путь страны в будущее и ее национальную безопасность. Профессия исследователя стала массовой. При этом фронт научных работ многократно расширился. Если «научные сверхдержавы» – СССР и США – вели исследования по всему фронту, активно развивая все области, то сейчас такой возможности нет. Приходится выбирать, ориентируясь не только на научные интересы исследователя, но и на те задачи, которые решает общество, и на перспективу. И чем дальше, тем важнее становится такой «стратегический подход» к науке, взгляд на нее «с птичьего полета». В 1960-х годах господствовало ощущение, что «нам нет преград ни в море, ни на суше», или, говоря словами Гильберта, произнесенными на Математи-

ческом конгрессе в Париже в 1900 году: «Мы хотим знать. Мы будем знать». Сейчас взгляд существенно изменился – все чаще ученые сталкиваются с проблемами, лежащими за пределами их возможностей или с принципиальными ограничениями.

В этих заметках мы посмотрим «с птичьего полета» на тенденции развития математики в контексте тех задач, которые в разные эпохи решало человечество, и на связанные с ними технологии. Возможно, это окажется полезным при выборе приоритетов развития цифровой реальности.

## Математическая парадигма и традиционное общество

Знание некоторых принципов легко  
возмещает незнание некоторых фактов.

*А. Гельвеций*

1 000 000 000 000 066 600 000 000 000 001 –  
простое число, называемое также числом  
Бельфегора.

В 1950-х годах американский социолог Даниел Белл выдвинул так называемый «осевой принцип». В соответствии с ним историю человечества можно проектировать на разные оси и получать ее различное разбиение на сменявшие друг друга эпохи. В качестве такой оси он выбрал роль и место знания в развитии общества. В этой проекции выделяется традиционное общество, развивающееся почти до XX века, индустриальное общество, определявшее прошлое столетие, и постиндустриальное общество, переход к которому происходит в настоящее время. Это приводит к глубоким сдвигам в сознании, в мировосприятии, в картине мира и в целях, которые ставит перед собой наука: «На протяжении большей части человеческой истории *реальностью была природа*: и в поэзии, и в воображении люди пытались соотнести свое “я” с окружающим миром. Затем *реальностью стала техника*, инструменты и предметы, сделанные человеком, однако получившие независимое существование вне его “я”, в овеществленном мире. В настоящее время *реальность является, в первую очередь, социальным миром* – не природным, не вещественным, а исключительно человеческим – воспринимаемым через отражение своего “я” в других людях... Поэтому неизбежно, что постиндустриальное общество ведет к появлению нового уто-

пизма, как инженерного, так и психологического. Человек может быть переделан или освобожден, его поведение – запрограммировано, а сознание – изменено. Ограничители прошлого исчезли вместе с концом эры природы и вещей» [Белл 1999, 663].

Почти весь пройденный человечеством исторический путь был связан с традиционным обществом. Людей при этом волновал недостаток, защита и понимание реальности, которое с ними связано.

Принципиальный шаг был сделан выдающимся философом и математиком Пифагором (ок. 580 – ок. 500 до н.э.). Он провозгласил: «В основе всего – число». По его мысли, в основе окружающего мира, а также таких нематериальных понятий, как музыка и справедливость, лежат числовые пропорции. В реальности есть глубокая внутренняя связь между различными явлениями, гармония, описываемая математическими соотношениями. Ее необходимо постичь, чтобы овладеть всеми тайнами мироздания. Доказанная в его научной школе теорема Пифагора наглядно показывала, что между некоторыми числами и фигурами действительно есть удивительные связи. Историки математики насчитывают более 250 доказательств этой прекрасной теоремы.

Евклид решал конкретную задачу о числе существующих правильных многогранников в дополнение к известным (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр), создал аксиоматический метод и выдвинул идею, определившую на 20 с лишним веков вектор развития математических наук и всего естествознания. Это идея о том, что очень многие свойства нашего мира, а в идеале всю реальность, можно осмыслить и описать, опираясь на немногие принципы (аксиомы). Многие века многочисленные успехи в развитии этого подхода связывались с промыслом божьим.

Например, идеалом современной теоретической физики является создание картины реальности, опираясь только на мировые константы: заряд электрона  $e$ , скорость света  $c$ , постоянную Планка  $h$ , гравитационную постоянную  $G$  и, возможно, на одну или несколько величин, связанных с сильными и слабыми взаимодействиями. Но может быть, удастся описать наш мир, пользуясь еще меньшим числом постоянных?

Влияние «математических мотивов» на мировоззрение античного мира было огромно. На воротах Платоновской Академии, просуществовавшей более 900 лет, было начертано: «Да не войдет сюда тот, кто не знает геометрии».

Аристотель полагал, что наука, в отличие от искусства, не имеет практического значения. Глубокие внутренние связи и стоящая за ними гармония важны сами по себе. Одна из замечательных теорем из «Начал» Евклида утверждает, что число простых чисел в натуральном ряду бесконечно...

Наш современник, специалист по теории чисел Ю.И. Манин высказывает парадоксальную мысль о возможной связи этого раздела математики – теории чисел – и математических констант –  $e$  (основание натуральных логарифмов),  $\pi$  и других с физическими постоянными и теми инструментами, которые используются в теоретической физике [Манин 2010]. По сути дела, это развитие той же самой пифагорейской традиции на новом уровне.

Понимание гармонии в науке существенно отличается от ее трактовки в философии, религии или искусстве. Это понимание уточнил принцип, выдвинутый в средние века У. Оккамом, утверждающий: «Не следует создавать сущности сверх необходимости», или в формулировке Эйнштейна: «Все должно быть сделано как можно проще, но не проще этого».

Столетием взлета науки и технологий стал XVII век. Именно здесь возникла прочная связь между математикой – наукой о числах и фигурах – и естествознанием. Галилео Галилей считал, что «Книга Природы написана языком математики», и выдвинул свой императив: «Измерить все, что является измеримым, и сделать таковым то, что измеримым не является». И действительно, именно совершенствование инструментов для измерения и осмысления полученных результатов стало магистральным пунктом развития науки.

Например, Кеплеру, чтобы установить, что планеты вращаются по эллипсам, а не по окружностям, нужно было знать их орбиты с точностью в несколько процентов. Лапласу – астроному наполеоновской эпохи, – чтобы учитывать в небесной механике влияние одних планет на другие, нужны были уже в 1 000 раз более точные данные.

Уже в Античности легенды рассказывали о практических приложениях идей мудрецов. Первому вошедшему в историю философу – Фалесу Милетскому – приписывали удивительно точный прогноз богатого урожая оливок (что недоступно нынешним метеорологам), позволивший скупить маслобойни, а затем получить большой денежный выигрыш. В историю вошел не только архимедов винт, но и легенда о том, как Архимед с помощью зеркал сжег вражеский флот...

Мир сложен и справиться с этим в течение многих веков помогали гуманитарные технологии (принятие разумных законов, выбор способа правления, адекватного состоянию общества и т.д.) и изобретательность. Первые механические часы, каравеллы, которые пересекали Атлантику, и величественные строительные сооружения появились не благодаря расчетам науки, а благодаря интуиции, фантазии и накопленному за много поколений опыту.

С XVII века благодаря математическому моделированию, основы которого заложил Ньютон, ситуация меняется. Наука все чаще оказывается готова прийти на помощь практике. И уже Эйлер рассчитывает несущую балку парусных кораблей, что позволяет сделать их более легкими, маневренными и дает им решающее преимущество в бою.

В XVII веке была высказана идея, становящаяся пророческой. Выдающийся немецкий математик, физик, юрист, языковед, философ и дипломат Г.В. Лейбниц (1646–1716) изобрел калькулятор, который мог умножать и делить числа. (Справедливости ради следует сказать, что выдающийся философ, публицист и математик Блез Паскаль (1623–1662) в том же столетии изобрел счетный аппарат. Видимо, эта идея витала в воздухе.) И, по мысли Лейбница, «считающие машины» в будущем станут настолько точными, объективными и мудрыми, что им можно будет поручить судопроизводство. Машины будут судить людей. Именно сейчас это пророчество воплощается в системах социального рейтингования, в которых искусственный интеллект на основе имеющихся у него данных (покупки, разговоры, перемещения) выставляет оценку каждому человеку. На основе этих оценок, в конечном итоге, власти определяют социальный статус и доступные человеку, обладающему им, возможности. Кроме того, Лейбниц определил математику как «науку о возможных мирах». Подчеркнем – не о нашем конкретном, а обо всех, которые мы можем представить и исследовать.

Тогда же были намечены две главные линии, по которым развивалось естествознание. Первая – это анализ (дословно: дробление, расчленение), поиск элементарных сущностей (в физике – элементарные частицы, в биологии – клетки, в экономике – товар и т.д.). Из свойств элементарных простейших частей исследователи надеялись вывести свойства целого, и во многих случаях это удавалось. Второй путь – в космос, ко все большим масштабам, от астрономии к космологии.

Исследования в обоих направлениях продолжают развиваться, за очередные достижения и в физике элементарных частиц, и в космологии продолжают присуждаться Нобелевские премии, но, судя по всему, исследовательский потенциал этих направлений исчерпывается.

В математику XX века было введено очень важное понятие *некорректных задач*. Это проблемы, решение которых либо не существует, либо они неустойчивы по отношению к вариации начальных данных. Немного изменив их, мы получим совсем другой ответ.

Дело в том, что фундаментальная физика сегодня имеет дело с процессами и пробует предложить их теории, которые разворачивались на временных масштабах, сравнимых с «планковским» временем –  $10^{-44}$  с и планковским масштабом –  $10^{-35}$  м. Одна из общепринятых теорий космологии, объясняющая большой взрыв, который привел к формированию нашей вселенной, имеет дело с процессами, разворачивающимися на временах порядка  $10^{-36}$  с. Мегамасштабы, которыми оперирует космология, простираются до 13,5 млрд световых лет.

Чем ближе к этим границам, тем меньше становится измерений, экспериментов, наблюдений, позволяющих выбрать между конкурирующими теориями. Чем ближе к границам, тем сложнее, дороже становятся инструменты, которые позволяют проводить такие измерения, тем меньше их становится. Есть шанс, что Большой адронный коллайдер станет *последним* инструментом такого масштаба, в необходимости которого физики смогли убедить общество.

Результаты развиваемых сейчас теорий также парадоксальны. Исследователи, развивающие петлевую теорию квантовых гравитаций, приходят к выводу, что на рассматриваемых ими микромасштабах времени нет. Та сущность, которую мы называем временем, в рамках этой теории связана с несовершенством нашего восприятия и тем, что мы оказались в том месте космоса, где энтропия возрастает [Ровелли 2020].

Джордано Бруно отстаивал утверждение о множественности миров. Теория инфляции вводит в рассмотрение мультиверс – множество вселенных, возникающих в момент большого взрыва, которые принципиально недоступны нашему наблюдению: «Вечная инфляция предсказывает, что наша Вселенная (физическая область пространства, откуда свет успевает дойти до нас за

14 млрд лет, с момента нашего Большого взрыва) – это лишь одна из бесконечного числа вселенных мультиверса I уровня, в котором происходит все, что может произойти» [Тегмарк 2019, 219].

Это удивительно похоже на ту картину, которую представляли себе некоторые философы: «Демокрит полагал, что бесконечность состоит из одинаковых миров, где люди неизменно исполняют одни и те же судьбы. Паскаль (на которого, кроме всего прочего, могли повлиять слова Анаксагора, что каждая вещь включает в себе все вещи) располагает эти сходные миры один за другим, так что в пространстве не остается атома, который не включал бы вселенную, ни вселенной, которая не была бы также атомом» [Борхес 1992, 49].

Круг замкнулся. Мыслители Античности полагали, что философы могут разрабатывать метафизику – науку о наивысших, последних началах бытия, доступных лишь умозрительно. Ряд физических теорий оперирует именно такими, недоступными для экспериментального исследования сущностями.

Разумеется, и в математике, имеющей отношение к природе, и в физике, на долю и нашего, и следующих поколений остается много открытых проблем. Однако границы уже очерчены, и математика новой эпохи будет связана с другими задачами.

## **Индустриальная эпоха и «считающие машины»**

Мы хотели, чтобы появились летающие машины.  
А получили твиты на 140 символов.

*П. Тиль* (основатель системы  
онлайн-платежей PayPal)

Прошедшее столетие без преувеличения можно назвать веком техники и технологий. Именно они обеспечили небывалый рост благосостояния и увеличение продолжительности жизни для миллиардов людей. Антибиотики и родовспоможение на более высоком, чем раньше, уровне уменьшили смертность. Прямой синтез аммиака из воздуха, открытый Ф. Хабером в 1914 году, позволил производить азотные удобрения и во многом снял проблему голода. XX век вошел в историю как время тотального использования машин в самых разных областях.

С точки зрения математики, он прошел удивительно быстро. «Миры», которые строили и исследовали математики, «отставали» от стремительно менявшейся реальности. Достаточно посмотреть

на 23 проблемы, поставленные Д. Гильбертом в 1900 году, которым математики уделили огромное внимание в XX веке, чтобы убедиться, насколько далеки они от задач, которые решало индустриальное общество. Императивами эпохи стали массовость, стандартизация, взаимозаменяемость. Ее математическим символом – *алгоритм* – фиксированная последовательность действий, приводящая к решению поставленной задачи.

По-видимому, важнейшим достижением математики XX века и одним из главных технологических прорывов стало создание компьютеров. Они многократно расширили пределы наших возможностей.

Следуя логике Лейбница, выдающийся британский математик и криптограф Алан Тьюринг в 1930-х годах предложил универсальную конструкцию, позволяющую формализовать любые вычислительные процедуры, названную впоследствии машиной Тьюринга. И вновь можно проследить удивительное сходство с проблемой, которую в XVII веке ставил Декарт в работе «О методе». В этой работе он стремился выяснить, существует ли общий метод решения *всех* математических задач. Декарт полагал, что такой метод существует.

Машина Тьюринга представляет собой головку, которая может находиться в нескольких состояниях, и бесконечную ленту, на которой написаны нули, единицы и оператор STOP. Работа машины заключается в том, что головка считывает символ перед ней и в зависимости от него и своего внутреннего состояния передвигает ленту вправо или влево, сохраняя или меняя символ, находящийся перед ней. Тезис Тьюринга состоит в том, что все возможные алгоритмы вычислений могут осуществляться с помощью этой машины.

Фундаментальный результат Тьюринга состоит в том, что Декарт был не прав, – существуют задачи, которые не могут быть решены при помощи такой машины [Пенроуз 2011].

Эту работу, ответившую на вопрос великого философа, можно назвать пророческой. Все современные компьютеры (за исключением нейрокомпьютеров) представляют собой несовершенную реализацию машины Тьюринга. Она была создана «на кончике пера», задолго до того, как появилась механическая или электрическая база, позволившая ее воплотить в том или ином виде.

Машина, алгоритм, технология стали важнейшими образами науки и культуры индустриальной эпохи. Можно вспомнить

тезис выдающегося архитектора Ле Корбюзье, считавшего, что «Дом – это машина для жилья», памятник III Коммунистическому интернационалу В.Е. Татлина, и, конечно, конвейер. В центре внимания этой эпохи оказались компьютеры. Если пифагорейцы искали гармонию в природе, определяемую количественными соотношениями, придавали числам мистическое значение, то в компьютерный век их место заняли алгоритмы, позволяющие с помощью вычислительных машин решать задачи, недоступные человеку. Машины сыграли огромную роль в проектировании машин же, в решении инженерных задач – в расчетах траекторий ракет и космических аппаратов, в атомном проекте, в создании микросхем, где на кристалле следует разместить миллиарды элементов.

Компьютеры многократно расширили пределы наших возможностей и изменили представления о сложности. Во времена Пифагора и через много веков после него сложными математическими проблемами считались те, которые требовали много времени и усилий либо для того, чтобы найти их решение, либо доказать, что его не существует.

Один из популярных в наше время подходов трактует эту категорию иначе. Пусть входные данные, необходимые для решения задачи, представляют собой массив длины  $N$  (символов, нулей и единиц, цифр, букв какого-либо алфавита). Если число операций, которые нужны, чтобы получить ответ  $Q$ , растут в зависимости от  $N$  степенным образом  $Q \sim N^a$ , то такие задачи называют простыми или полиномиальными. Все остальные проблемы называют *сложными*.

Пример сложной проблемы дает задача коммивояжера. Она состоит в том, чтобы, двигаясь с постоянной скоростью, объехать 70 городов, расположенных на плоскости. Простейший способ решать задачу – воспользоваться перебором. Первый город мы можем выбрать  $N$  способами, для выбора второго есть  $N-1$  вариант, третьего  $N-2$  и т.д. Таким образом общее число вариантов  $N \cdot (N-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = N!$ . Эта величина растет с увеличением  $N$  быстрее, чем  $(N/e)^N$  ( $e = 2,718\dots$ ). Для  $N = 70$   $N! \approx 10^{100}$ . Это число, названное физиком-теоретиком Ф. Дайсоном гуголом, очень велико. По его мысли, такие числа не должны возникать в физических исследованиях. По оценкам космологов, в нашей вселенной около  $10^{82}$  атомов.

Существуют иные способы решения этой проблемы. Алгоритм Хелда–Карпа позволяет найти кратчайший маршрут за  $2^N \cdot N^2$

операций [Стюарт 2015]. Как видим, задача и при таком подходе остается сложной. Естественно, возникает общий вопрос, напоминающий декартовский, а является ли эта (и все другие) задача на самом деле сложной? Или для ее решения можно придумать полиномиальный алгоритм? Эта проблема является одной из самых сложных в современной математике. Пока строго доказать, что действительно существуют сложные задачи, не удастся [Стюарт 2015].

Здесь стоит упомянуть еще одну гипотезу, связанную с вычислениями и выдвинутую британским математиком и физиком С. Вольфрамом. Пояснить ее можно так. Когда дети учатся считать, им объясняют сложение с помощью палочек. Здесь можно действовать по определению и пересчитывать палочки. Ответ получается верный, но дело это долгое. Можно действовать быстрее, складывая числа «в столбик». Такие задачи, в которых можно действовать быстрее, чтобы узнать, «что будет в конце», будем называть *вычислительно приводимыми*. Те же, где такого быстрого способа нет, и к ответу можно прийти только, действуя по определению, выполняя вычисления «в лоб», шаг за шагом (это называется имитационным моделированием), – *вычислительно неприводимыми*. Вольфрам предположил, что наука может добиться успеха только в вычислительно приводимых задачах или в тех, которые могут быть к ним сведены. Например, в физике аналитические результаты получаются, когда объектов немного (уже задача трех тел требует компьютерных вычислений), либо когда они все одинаковые (типичный подход статистической физики и квантовой механики). В других случаях (биологическая эволюция, динамика экономических систем, моделирование элементов сознания и многих других) короткого пути нет, и нам, чтобы узнать ответ, приходится на компьютерах шаг за шагом просчитывать математическую модель этой системы [Wolfram 1983].

Индустриальная эпоха изменила приоритеты математики. Если с XVII по XX век в центре внимания были непрерывные системы, рассматривая которые можно иметь дело с действительными числами, бесконечно малыми величинами, то в конце «фаворитами» стали разделы, имеющие дело с дискретными, «цифровыми» величинами, целыми числами.

Казалось бы, индустриальная эпоха, как в свое время традиционное общество, должно было породить свою оригинальную философию, позволяющую осмыслить перспективы и импера-

тивы развития техники и технологий, их влияния на общество и человека. К сожалению, этого не произошло – эпоха кончилась слишком быстро. К исключениям можно отнести выдающегося философа, футуролога XX века Станислава Лема. Он так комментирует этот феномен «несостоявшейся философии»: «Я стал философом в то время, когда в королевстве философии уже невозможно строить большие системы, потому что это королевство распалось из-за вторжений науки, так что философ в результате не может быть независимым создателем картины мира. Поэтому он должен соглашаться на сосуществование с наукой или, напротив, ему остается отступление в изоляцию, как уже произошло с феноменологией или языковой философией... Научная фантастика означала для меня научную строгость и в то же время еще и привилегию творческой свободы, которую предоставляет искусство. То есть, несмотря ни на что, все-таки означала философию, пусть и скрытую переводом в литературу» [Лем 2018, 279].

Императивом философского осмысления индустриальной эпохи являлась *кибернетика*. Этот междисциплинарный подход задумывался его создателями как общая теория управления и связи в машине, обществе, человеке. Во многом этот подход представлял собой взгляд инженера и математика на все эти сущности. В книге «Сумма технологии» – своеобразной «библии индустриального общества» – Лем раскрыл «человеческое измерение» технологического процесса и представил предельные технологические возможности человечества.

Почему век «технологического оптимизма», экспансии человечества в космос, в океан, микромир оказался недолог? Не обсуждая эту важную и интересную проблему в целом, поясним ее на примере авиации. На начальном этапе развитие шло по очевидной схеме – быстрее, выше, сильнее. Но уже сверхзвуковые лайнеры «Конкорд» и Ту-144 столкнулись с серьезными экономическими, экологическими и инфраструктурными ограничениями. Поэтому мы летаем на тех же высотах и с теми же скоростями, что и 60 лет назад.

С боевой авиацией ситуация иная – после периода быстрого совершенствования начался переход к беспилотникам. Человек оказался самым медленным, уязвимым и ненадежным звеном в боевых машинах. Переход к беспилотникам Лем предсказывал задолго до того, как он произошел. Но он предвидел и следующие шаги. На смену беспилотникам приходят роботы, способные к

коллективным действиям, стаи «кремниевой саранчи», делающие большинство видов современных вооружений бесполезными. Затем открытое противостояние оказывается слишком опасным, наступает эпоха гибридных войн, в которых противостоящие стороны делают акцент на бактериях и вирусах...

Вехой конца индустриальной эпохи стал фантастический отказ от пилотируемой космонавтики. Последний полет на Луну имел место почти полвека назад. Вместо экспансии человека в космос, в глубины океанов, вглубь вещества был сделан поворот к компьютерному миру и виртуальной реальности. Экстравертную ориентацию цивилизации сменила интровертная...

### **Математика постиндустриального общества и искусственный интеллект**

Компьютеры – прекрасная вещь, они позволяют автоматизировать многие задачи – практически все, что не требует понимания. Само понимание находится вне их. Компьютеры не понимают.

*Р. Пенроуз*

Казалось бы, при переходе к постиндустриальному обществу, к миру людей математика должна измениться. Но среди решавшихся «великих задач» или «задач тысячелетия» в этой области нет *ни одной*, связанной с анализом поведения людей или обществом [Стюарт 2015]. Видимо, для постановки фундаментальных задач, отражающих изменившуюся реальность, нужны гораздо большие характерные времена.

Вместе с тем, с человеческим фактором специалисты по моделированию сталкиваются на каждом шагу. Простейший пример – «многокритериальная оптимизация» или попросту задача выбора. Ее суть показывает известная в прошлом юмореска, в которой один герой предлагает купить другому крупных раков, но по пять рублей, или совсем мелких, но по три. Другой герой никак не может решить, что же для него важнее – цена раков или их размер. Это именно та задача, с которой регулярно сталкиваются конструкторы и руководители. Обычно компьютерные модели позволяют сказать, к чему приведет то или иное решение, но выбор остается за ними людьми. Поэтому надо разбираться, как же человек принимает решения.

Например, есть интересная теория, утверждающая, что мы делаем это при помощи простейшего вероятностного алгоритма, опирающегося на теорему Байеса [Дехан 2016].

Пусть нас интересует, какова вероятность события  $B$  при условии, что событие  $A$  уже наступило  $P(B|A)$ .

Пусть вероятность события  $A - P(A)$ , события  $B - P(B)$ , а вероятность события  $A$  при условии, что произошло событие  $B - P(A|B)$ . Тогда по теореме Байеса

$$P(B|A) = P(A|B) \cdot P(A) / P(B). \quad (1)$$

Мир дает нам хаотическую последовательность сигналов на их основе, и на основании того, чему мы научились, мы оцениваем вероятности  $P(A)$ ,  $P(B)$  и  $P(A|B)$ . На этой основе оцениваем  $P(A|B)$ . Когда эта вероятность становится велика, то мы заключаем, что на основании сигнала  $A$  можно сделать вывод, что произошло  $B$ . Осталось лишь разобраться, как наш мозг формирует  $P(A)$ ,  $P(B)$  и  $P(A|B)$ ...

Другой пример, показывающий, что люди могут вести себя парадоксальным антиинтуитивным образом, дают эпидемии. Классическая теория дает для зависимости числа заразившихся от времени так называемое логистическое уравнение  $dn/dt = \alpha n(N-n)$ , где  $n(t)$  – число людей заразившихся к моменту  $t$ , а  $n(0) = n_0$ , где  $\alpha$  – коэффициент, показывающий, насколько быстро будет расти число заболевших,  $n_0$  – число заразившихся в начале эпидемии,  $N$  – предельное число заразившихся в конце. Зная решение этого уравнения, данные по зависимости  $n(t)$  вначале, определяют  $\alpha$  и  $N$ .

Но коэффициент  $\alpha$  зависит от того, объявлен ли карантин и насколько население склонно его соблюдать. На этом основании и делаются многие прогнозы. Но общество, например, в Москве, отреагировало парадоксально, – когда  $n(t)$  было мало, оно соблюдало карантин и следовало рекомендациям врачей. Когда  $n(t)$  выросло, оно стало соблюдать их хуже, коэффициент  $\alpha$  увеличился, а с ним и  $N$ ... Если бы у нас были хорошие социологические модели и понимание такого поведения, то прогнозы были бы точнее, но пока этого нет...

Стоит обратить внимание на подход к анализу «человекомерных систем», называемому *агентным моделированием*. В таких моделях людям противопоставляются компьютерные «агенты», для которых определяются правила взаимодействия, а затем производится компьютерный расчет и выясняется, к чему приводят сделанные предположения. Например, такие модели позволяют

описать распределение богатства в обществе. Эти результаты не входят в разительном противоречии с «очевидными» догмами либеральной экономики.

Генеральный секретарь ООН Антониу Гуттериш в начале 2020 года указал рост имущественного неравенства как одну из четырех главных угроз, с которыми столкнулся современный мир. И действительно, сегодня 8 богатейших людей мира владеют таким же количеством активов, как и 3,5 млрд беднейших жителей планеты [Стиглиц 2016].

Многоагентные модели показывают, что для объяснения этого явления вполне достаточно учесть несовершенство операций обмена, когда покупатель немного переплачивает за товар или соглашается на меньшую сумму [Богосян 2020].

Суть дела поясняет один из парадоксов теории вероятностей, связанный с игрой в казино. Предлагается следующая игра. В начале на кон ставится, например, 100 руб. и если выпадет орел, то на кону оказывается 120 руб., если решка – 83. Добавлять или забирать деньги со стола в течение всего вечера нельзя. Стоит ли вступать в такую игру?

На первый взгляд, конечно стоит. Если монета «честная», то орел и решка выпадают с вероятностью  $\frac{1}{2}$ , и ожидаемый выигрыш  $20 \cdot \frac{1}{2} - 17 \cdot \frac{1}{2} = 1,5$ .

Но если игра продолжается, то картина меняется. Если монету бросили 10 раз и в пяти из них выпал орел, а в пяти – решка, то на кону окажется  $(1,2)^5 \cdot (0,83)^5 = 98,02$ . То есть такая «честная» игра ведет к проигрышу. И чем дальше она будет продолжаться, тем больше будет проигрыш. Агентное моделирование позволяет учесть множество осложняющих факторов и показать, при каких условиях возникает олигархия. И это очень хорошо согласуется с результатами по целому ряду рассмотренных стран.

В свое время выдающийся математик, философ, мыслитель Н.Н. Моисеев писал, что управление обществом на основе математических моделей, планирование экономики на современном компьютерном уровне и использование разработок, уже выполненных в Академии наук, может дать экономический эффект, сравнимый с результатами работы всей страны в течение пятилетки [Моисеев 1979]. К сожалению, этим надеждам не дано было осуществиться. Модели социально-экономических и экологических процессов, проекты управления народным хозяйством на основе компьютерного анализа и прогноза оказались не

востребованы советской системой государственного управления. Реформы последних 30 лет исходили из ненужности подобных подходов.

Более того, лауреат Нобелевской премии по экономике Роберта Солоу в 1987 году заметил, что массовое использование компьютеров в экономике не привело к повышению производительности труда ни в одной отрасли промышленности, кроме производства компьютеров. Многие эксперты полагают, что мировая экономика сейчас находится в «зоне Солоу».

Однако компьютер сыграл очень важную социальную роль. С одной стороны, он позволил «сжигать» свободное время миллиардов человек, снабжая их ненужной информацией, развлекая компьютерными играми и общением в социальных сетях. Оказалось, что очень много людей в мире готовы проводить значительную часть своей жизни в призрачном, виртуальном мире, не имеющем отношения к их насущным проблемам.

С другой стороны, интернет и современные информационно-телекоммуникационные технологии сделали неравенство очевидным и тем самым обострили противоречия между богатым Севером и бедным Югом, между рядом стран и регионов [Контурсы цифровой реальности... 2018].

Мир начала постиндустриальной эпохи, тесно связанного с цифровизацией, стал гораздо сложнее индустриальной реальности. Во-первых, он стал намного быстрее, многие глобальные социально-экономические процессы могут привести к кардинальным переменам в течение месяцев, а то и недель. Во-вторых, увеличилась связность мира. Увеличилось число активных игроков на «большой шахматной доске» и их влияние друг на друга, даже если они находятся в разных концах планеты. В-третьих, намного большую роль в нем играют рефлексивные процессы. Существенно не только событие, но и его восприятие, а также восприятие восприятия. Именно поэтому огромную власть приобретают СМИ, Интернет, социальные сети. Именно здесь, а не в экономике, науке или планировании цифровизация играет ключевую роль, однако серьезный системный или математический анализ этих процессов только начат [Проектирование будущего... 2018].

В настоящее время большие надежды связываются с искусственным интеллектом. По сравнению с естественным интеллектом определить ИИ гораздо проще. В его основе лежат алгоритмы распознавания образов или классификации, которые

разрабатываются уже более полувека. В них по информации на входе компьютер должен опознать тип сигнала и отнести к одному из классов. Например, по записи звука «разобрать» сказанное слово по буквам, или по набору результатов анализов отнести данного пациента к больным или здоровым и т.д. Главная идея ИИ связана с так называемыми нейронными сетями и их глубоким обучением. Другими словами, в таких компьютерных системах нам не следует писать программу, определяющую, какой сигнал можно отнести в какой класс. В них мы задаем «правило обучения», позволяющее таким системам «самим» учиться на примерах [Малинецкий, Потапов, Подлазов 2016].

По сути дела, это то самое «байесовское обучение», связанное с многократным использованием формулы (1). Огромное быстрое действие и память позволяют иметь дело с более сложными сигналами, анализ которых доступен людям. С большим количеством образов, с более быстрыми и точными действиями, поскольку соответствующие вероятности машина может оценить точнее, чем человек. Хотя теория нейронных сетей разрабатывалась давно, но технологии здесь обогнали науку, а сам ИИ превращается в своеобразную отрасль промышленности, которая в недалекой перспективе освободит людей от рутинной умственной работы.

В настоящее время системы с ИИ обыгрывают людей в шахматы и го, дают справки, используются в банках и кадровых агентствах, водят автомобили.

Вместе с тем способность решать задачи в очень небольшой мере соответствует тому, что мы называем сознанием. Философ Джон Серль доказывает, что никакой цифровой компьютер не может обладать состояниями сознания (если понимать под состоянием сознания, к примеру, то, что происходит у вас в голове, когда я говорю: «Представьте себе красную розу» – и вы ее себе представляете): сознание нельзя построить из компьютерной программы. Цифровой компьютер способен лишь выполнить тривиальные арифметические и логические операции... Представьте, что вы сортируете все более и более толстую колоду. Можете представить, что в какой-то момент, когда стопка станет достаточно толстой, появится некое новое сознание? «Да ни за что!» – пишет известный специалист по информатике Д. Гелернтер [Гелернтер 2016, 363].

Тем не менее мы имеем дело с серьезной проблемой. Она неоднократно рассматривалась и в мифах, и в антиутопиях. Ученик

волшебника вызвал силы, не представляя себе риски, которые с ними связаны. И очень важно, используя ИИ, не попасть в такую ситуацию. Починка машины (10 тыс. деталей) или обслуживание самолета (около 100 тыс.) является непростой задачей, хотя имеется детальная документация и понятно, как устроены эти машины. С компьютерными программами в десятки мегабайт ситуация хуже. Исследования показывают, что человек в среднем делает, по крайней мере, одну ошибку на 1 000 команд. И это приводит, например, к наличию десятков тысяч «уязвимостей» в широко распространенных операционных системах, к феномену хакерства и периодическим эпидемиям компьютерных вирусов. Тем не менее здесь разработчики понимают, что должны делать и как работает тот или иной фрагмент программы.

В случае систем ИИ ситуация значительно хуже. Мы не знаем, какие решающие правила и стратегии вырабатывает нейронная сеть на основе предъявленного ей набора примеров. Поэтому вполне возможно, что тестирование систем с ИИ станет одной из массовых профессий уже в недалеком будущем. Тем не менее во многих важных задачах, связанных с высоким риском, с принятием стратегических решений, принимаемых в оборонном комплексе «в режиме реального времени», от систем с ИИ следует отказываться. Как заметил в свое время Станислав Лем, «неслыханно быстрые машины ошибаются неслыханно быстро». При этом договоры об отказе от таких систем (так же, как в свое время об отказе от химического и биологического оружия) следует начать как можно быстрее.

Системы с ИИ во многих случаях подобны оракулу или волшебной палочке. Не вполне понятен результат их использования. Машина и человек «думают» по-разному. Поэтому приходится либо доверять тому, что не понимаем, а это весьма опасно, либо воспринимать результат работы ИИ как «добрый совет» и самому выстраивать логическое обоснование принимаемых решений.

И это только небольшая часть социальных проблем, порожденных этой технологией, воплотившей мечту Лейбница. Поэтому игра в го, в шахматы, рутинная умственная работа, где цена ошибки не очень велика, вполне подходит для этой «математической игрушки». Очевидно, компьютерные системы следует ориентировать на возможности, потребности и ограничения людей, а не наоборот, как бы ни были заманчивы человеко-машинные утопии.

## **Заключение.**

### **Протокол о намерениях**

Люди грядущего поколения будут знать многое, неизвестное нам, и многое останется неизвестным для тех, кто будет жить, когда изгладится всякая память о нас. Мир не стоит ломаного гроша, если в нем когда-нибудь не останется ничего непонятного.

*Сенека Младший.* О природе (VII, 30, 5)

Конец индустриальной и начало постиндустриальной эпохи можно назвать временем инноваций. Постоянные перемены стали нормой. Общество освоило «технологии создания технологий». Новшества прогнозируют, планируют, разрабатывают, а потом внедряют. Но сами эти прогнозы и ожидания «специального заказа» очень многое говорят об обществе, о желаемом будущем.

И с этой точки зрения интересно взглянуть на планируемые технологии в части, непосредственно связанной с математическими разработками. Это позволит прочертить нынешний вектор развития цивилизации.

В 2019 году Фраунгоферовское общество (общество содействия прикладным исследованиям), крупнейшее научное объединение Европейского союза, сделало технологический прогноз.

Его целью было выявить, какие направления будут привлекать наибольший объем инвестиций в 2030 году. Из 300 тем были выбраны 30, самых перспективных по мнению экспертов. Отобранные технологии разбили на 4 группы по степени готовности. Обратим внимание на несколько из них, особенно тесно связанных с математикой.

*Первая группа* включает технологии, которые разрабатываются уже сейчас. Самый высокий рейтинг эксперты присвоили глубокому обучению нейронных сетей. В таких сетях есть несколько слоев, каждый из которых соответствует своему уровню абстракции. Предполагают, что они смогут гораздо эффективнее обрабатывать разнородные данные, включающие статистические и динамические изображения, звуки, тексты. В этой связи можно вспомнить глубокое замечание Станислава Лема о том, что на самом деле человечеству нужен не «искусственный интеллект», а «искусственный инстинкт».

*Во вторую группу* попала постквантовая криптография. Здесь мы имеем извечную борьбу щита и меча. Власти, элиты,

спецслужбы ряда стран стремятся создать «прозрачный мир», в котором все действия любого человека фиксируются и навсегда записываются. Люди и сообщества, ценящие личное пространство и определенную свободу, стремятся защититься от тотального контроля. По прогнозам многих ученых, квантовые компьютеры позволят вскрывать все шифры, созданные по современным стандартам. Поэтому защита конфиденциальной информации требует нового уровня технологий – постквантовых. Они также опираются на фундаментальные законы квантовой механики и воплощают известный принцип – «лечить подобное подобным».

К технологиям второй группы, которые планируют разработать к 2030-м годам относят также кибернетические рассуждающие системы. Они должны реализовать известную мечту программистов – искать уязвимости в созданных ими программах и самостоятельно устранять их. Это должно повысить безопасность информационной инфраструктуры будущего.

*В третью группу* вошло то, что будет реализовано существенно позже и сегодня воспринимается как научная фантастика – квантовые коммуникации и квантовые компьютеры, искусственный мозг, нейронные чипы. Искусственный мозг основан на идее, что когда нейронов в нейросети станет достаточно много (в мозге человека их около 86 млрд) и у них будет много связей (в мозге до 1500), то количество перейдет в качество, и произойдет следующая компьютерная революция. Нейроморфные чипы должны уметь работать с информацией в режиме реального времени – например, быть идеальными синхронными переводчиками или существенно расширять возможности наших органов чувств.

*В четвертой группе* оказались технологии, ориентированные на решение социальных проблем и сохранение окружающей среды. Они лишь косвенно используют результаты математических наук [Комаров 2019].

Не менее интересно и то, что не вошло в список приоритетов. В них НЕТ термоядерного синтеза, освоения космоса, создания городов в океане; нет технологий предотвращения войн и борьбы с терроризмом, борьбы с инфекциями и эпидемиями. В них нет прямой задачи продления активной здоровой жизни человека, управления погодой, альтернативной энергетики и новых средств транспорта.

Фактически все, о чем мечтали фантасты середины XX века, выпало из списка приоритетов. Без большого преувеличения можно

сказать, что компьютерная реальность и искусственный интеллект оттеснили на периферию сознания научного и инженерного сообщества наиболее важные проблемы человека и общества.

Фантасты 1960-х годов мечтали о том, чтобы раздвинуть горизонты человечества, грезили о пути к звездам, а нынешние эксперты делают ставку на безопасность и комфорт...

Ситуация удивительно напоминает ту, которая была описана Станиславом Лемом в книге «Возвращение со звезд» (1961), которая сейчас воспринимается как пророческая. В ней группа космонавтов возвращается из дальнего космоса через век с лишним после отлета. За этот век Земля неузнаваемо изменилась. Перед отлетом императивом была космическая экспансия, исследование дальнего космоса. По возвращении они застали цивилизацию комфорта и развлечений, которой не нужны те знания, добыванию которых они посвятили жизни [Лем 2019].

Отказ человечества от амбициозных проектов, который показывают нам последние десятилетия, вложение усилий не в обычную, а в виртуальную реальность, «обмен развития на комфорт» уже обошелся очень дорого.

Это кризис в науке, деградация системы образования, торможение технологического развития. И как следствие всего этого — нарастание социально-экономических и экологических проблем.

Вероятно, шанс сменить нынешний регресс на будущий прогресс дает изменение вектора интереса человечества, своеобразное *новое пифагорейство, возвращение к звездам*.

Пифагор надеялся найти гармонию в природе, осмыслить единство всего сущего, опираясь на математические образы [Клайн 1984]. И уже в XX веке Эйнштейн писал: «Весь предшествующий опыт убеждает нас в том, что природа представляет собой реализацию простейших математических мыслимых элементов, я убежден, что посредством чисто математических конструкций мы можем найти те понятия и закономерные связи между ними, которые дадут нам ключ к пониманию явлений природы... Конечно, опыт остается единственным критерием пригодности математических конструкций физики. Но настоящее творческое начало присуще именно математике. Поэтому я считаю оправданной в известном смысле веру древних в то, что чистое мышление в состоянии постигнуть реальность» [Эйнштейн 1967, 484].

Гуманитарно-технологическая революция заставляет нас не ограничиваться природой, а расширить поле поисков, включив

в него человека, сознание, общество, многие проблемы, считавшиеся ранее лежащими в области гуманитарных и философских наук.

Возможен ли такой поворот? Ведь предыдущие 25 веков математика шла рука об руку с философией природы. Впрочем, историк и методолог математики Макс Клайн извлек из пройденного пути еще один урок: «Математическая мысль без устали бьется о каменный берег, препятствующий ее проникновению на новые территории. Но даже гранитные утесы не выдерживают ее могучего натиска, не ослабевающего на протяжении столетий, и рушатся, открывая перед математикой новые просторы» [Клайн 1988, 236].

Думается, что уже в ближайшие годы мы убедимся, что оптимизм этого прогноза оправдан.

#### ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Белл 1999 – *Белл Д.* Грядущее постиндустриальное общество: Опыт социального прогнозирования. – М.: Academia, 1999.

Богосян 2020 – *Богосян Б.* Неизбежное казино // В мире науки. 2020. № 1/2. С. 130–139.

Борхес 1992 – *Борхес Х.Л.* Письмена Бога. – М.: Республика, 1992.

Гелернтер 2016 – *Гелернтер Д.* Счетные бесконечные множества и состояния сознания // Теории всего на свете / под ред. Д. Брокмана. – М.: Лаборатория знаний, 2016 С. 362–363.

Дехан 2016 – *Дехан С.* Универсальный алгоритм принятия человеческих решений // Теории всего на свете / под ред. Д. Брокмана. – М.: Лаборатория знаний, 2016. С. 369–372.

Клайн 1988 – *Клайн М.* Математика. Поиск истины. – М.: Мир, 1988.

Комаров 2019 – *Комаров С.М.* Будущее, что стоит у двери // Химия и жизнь. 2019. № 12. С. 2–5.

Контурсы цифровой реальности... 2018 – Контурсы цифровой реальности. Гуманитарно-технологическая революция и выбор будущего / ред. В.В. Иванов, Г.Г. Малинецкий, С.Н. Сиренко. – М.: Ленанд, 2018.

Лем 2018 – *Лем С.* Литература и философия, или «Я хотел спасти мир» // Четвертые Лемовские чтения / отв. ред. А.Ю. Нестеров. – Самара: Самар. гуманит. акад., 2018. – С. 279–287.

Лем 2019 – *Лем С.* Возвращение со звезд. – М.: АСТ, 2019.

Малинецкий, Потапов, Подлазов 2016 – *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В.* Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды. – М.: URSS, 2016.

Манин 2010 – Манин Ю.И. Математика как метафора / 2-е изд. доп. – М.: МЦНМО, 2010.

Моисеев 1979 – Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент. – М.: Наука, 1979.

Пенроуз 2011 – Пенроуз Р. Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики / 4-е изд. – М.: URSS, 2011.

Проектирование будущего... 2018 – Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности. Вып. 1 (8–9 февраля 2018 г., г. Москва) / под ред. Г.Г. Малинецкого. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018.

Ровелли 2020 – Ровелли К. Срок времени. – М.: АСТ, Corpus, 2020.

Стиглиц 2016 – Стиглиц Дж. Великое разделение: Неравенство в обществе, или что делать оставшимся 99% населения. – М.: Эксмо, 2016.

Стюарт 2015 – Стюарт И. Величайшие математические задачи / пер. с англ. Н. Лисовой. – М.: Альпина нон-фикшн, 2015.

Тегмарк 2019 – Тегмарк М. Жизнь 3.0: Быть человеком в эпоху искусственного интеллекта. – М.: Corpus, 2019.

Эйнштейн 1967 – Эйнштейн А. Собр. соч. Т. 4. – М.: Наука, 1967.

Wolfram 1983 – Wolfram S. Statistical Mechanics of Cellular Automata // Reviews of Modern Physics. 1983. Vol. 55. No 3. P. 601–644.

#### REFERENCES

Bell D. (1973) *The Coming of Post-Industrial Society: A Venture in Social Forecasting*. New York: Basic Books (Russian translation: Moscow: Academia, 1999).

Boghossian, B. M. (2020). The Inescapable Casino. *The Best Writing on Mathematics*. Vol. 18, pp. 15–28 (Russian translation in: *V mire nauki*. 2020. No. 1/2, pp. 130-139.)

Borges J.L. (1992) *The Writing of the God*. Moscow: Respublika (Russian translation).

Gelernter G. (2013) Denumerable Infinities and Mental States. In: Brockman J. (Ed.) *This Explains Everything: Deep, Beautiful, and Elegant Theories of How the World Works* (pp. 365–366). New York: HarperCollins Publishers (Russian translation in: Moscow: Laboratoriya znaniy, 2016).

Dehaene S. The Universal Algorithm for Human Decision Making. In: Brockman J. (Ed.) *This Explains Everything: Deep, Beautiful, and Elegant Theories of How the World Works* (pp. 372–375). New York: HarperCollins Publishers, 2013 (Russian translation in: Moscow: Laboratoriya znaniy, 2016).

Einstein A. (1967) *Collected Works* (Vol. 4). Moscow: Nauka (Russian translation)

Kline M. (1988) *Mathematics and the Search for Knowledge*. Oxford, UK: Oxford University Press (Russian translation: Moscow: Mir, 1988).

Komarov S.M. (2019) The Future That Stands at the Door. *Khimiya i zhizn'*. No. 12, pp. 2–5 (in Russian).

Ivanov V.V., Malinetskiy G.G., & Sirenko S.N. (2018) *Contours of Digital Reality. Humanitarian and Technological Revolution and Choice of the Future*. Moscow: Lenand (in Russian).

Lem S. (2018) Literature and Philosophy, or “How I Wanted to Save the Worlds.” In: Nesterov A.Y. (Ed.) *The Fourth Lem Readings*. Samara: Samara Humanitarian Academy (Russian translation).

Lem S. (2019) *Return from the Stars*. Moscow: AST (Russian translation).

Malinetskiy G.G. (Ed.) (2018) *Designing the Future. Problems of Digital Reality. Issue 1 (February 8–9, 2018, Moscow)*. Moscow: RAS Keldysh Institute of Applied Mathematics (in Russian).

Malinetskiy G.G., Potapov A.B., & Podlazov A.V. (Eds.) (2016) *Nonlinear Dynamics: Approaches, Results, Hopes*. Moscow: URSS (in Russian).

Manin Yu.I. (2010) *Mathematics as a Metaphor* (2<sup>nd</sup> ed.). Moscow: MC-CME (in Russian).

Moiseev N.N. (1979) *Mathematics Sets up an Experiment*. Moscow: Nauka (in Russian).

Penrose R. (1989) *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds and the Laws of Physics*. Oxford: Oxford University Press (Russian translation: Moscow: URSS, 2011).

Rovelli C. (2017) *L'ordine del tempo*. Milan: Adelphi (Russian translation: Moscow: AST, Corpus, 2020).

Stewart I. (2013) *The Great Mathematical Problems: Marvels and Mysteries of Mathematics*. London: Profile Books (Russian translation: Moscow: Alpina non-fiction, 2015).

Stiglitz J.E. (2015) *The Great Divide: Unequal Societies and What We Can Do about Them*. New York: W.W.Norton & Company (Russian translation: Moscow: Exmo, 2016).

Tegmark M. (2017) *Life 3.0: Being Human in the Age of Artificial Intelligence*. London: Allen Lane (Russian translation: Moscow: Corpus, 2019).

Wolfram S. (1983) Statistical Mechanics of Cellular Automata. *Reviews of Modern Physics*. Vol. 55, no 3, pp. 601–644.