О ПРИРОДЕ МАТЕМАТИКИ

С.Р. КОГАЛОВСКИЙ

Аннотация

В статье анализируются попытки прояснения природы поразительной эффективности математики, о которой говорится в широко известной работе Юджина Вигнера. Главным результатом статьи является прояснение когнитивной природы математики: математика – это развивающийся концептуальный аппарат и «технические» средства метатеоретического моделирования, осуществляемого и реализуемого с помощью идеальных способов исследования, развиваемых посредством формирования и развития их орудий и «средств производства» таких орудий. А значит, математика – это, прежде всего, развивающееся субъектное начало, несущее возможность все более глубинного самопознания человека как Человека Исследующего и открывающее возможность постижения все более глубинных законов бытия. В конечном счете, в этом источник ее поразительной эффективности. Прояснение когнитивной природы математики открывает, в частности, возможность исследования вопроса о том, в какой мере сегодняшнее общее математическое образование отвечает ее когнитивной и эпистемологической природе как метатеоретической области знаний с возможностями, несомыми ею в этом ее качестве, или только как «части физики».

Ключевые слова: онтология, метапредметность, метапредметное моделирование, когнитивная природа математики.

Когаловский Сергей Рувимович – кандидат физико-математических наук, профессор кафедры математики, физики и методики обучения Шуйского филиала Ивановского государственного университета, Шуя.

askogal@yandex.ru

Цитирование: *КОГАЛОВСКИЙ С.Р.* (2017) О природе математики // Философские науки. 2017. № 6. С. 80–95.

Какими бы огромными ни были прикладные возможности математики, их реализация не может не предполагать креативного начала, несущего рождение творческих продуктов. Прорыв в любой области человеческой культуры – результат рождения творческого продукта, являющегося «*самодовлеющей предметностью*», «*нераздельной индивидуальностью*» [Лосев 1982, 57]. Он *агенетичен* не только в том смысле, что его рождение происходит как смысловой скачок и не предопределяется логикой «пренатального» процесса, но и в том, что он изменяет, искажает, видение этого процесса самим творцом. Отсюда представление о непостижимости механизмов рождения творческих продуктов.

При всем том более чем оправдана особая обращенность к феномену «*непостижимой эффективности математики*». И работа Юджина Вигнера [Вигнер 1968, 535], в которой представлены впечатляющие образцы такой эффективности, продолжает стимулировать попытки прояснения рождающих ее механизмов. Работа А.А. Крушанова [Крушанов 2015] представляет попытку в этом направлении как попытку усмотреть онтологическое существо рассматриваемых в ней математических понятий. Онтология в этой работе понимается как онтология *предметного*, «вещного» мира.

Попытки усмотрения онтологической (в этом смысле) природы, онтологического существа математических понятий осуществлялись *постфактум*. Творцы этих понятий отправлялись не от онтологического плана. Задачи, к которым они обращались, не были с ним связаны. В обсуждаемой работе в действительности показывается не онтологическое, а инструментальное, или орудийное, существо рассматриваемых в ней понятий. Таково существо всех фундаментальных математических понятий. И видеть в математике «*науку о самых фундаментальных отношениях во Вселенной*» — это не то же ли, что видеть в строении телескопа строение галактик?

Сказанное выражает не отрицание связи математической деятельности и ее продуктов с онтологическим планом. Оно выражает ведущий характер этой далеко не непосредственной связи, проявляющий особенности человеческого познания. Язык математики — это язык-посредник между человеческим восприятием (вместе с развивающимся пониманием) и природой. Это развивающийся язык развивающихся средств моделирования тех или иных планов объективного бытия, включающих человеческую деятельность и не в последнюю очередь деятельность поисково-исследовательскую. Развивающееся субъектное начало играет в математической деятельности все возрастающую роль и зримо отражается в языке математики.

«Я считаю природу фундаментальным источником математических представлений», — пишет А.А. Крушанов. За этой, казалось бы, безусловно истинной позицией скрывается игнорирование того, что уже в античный период математика проявляла себя не столько как «физика», сколько как мета-«физика». Здесь уместно заметить, что фундаментальные математические понятия, как и орудия логического анализа, используются в научных исследованиях применительно далеко не только к объективно существующей реальности. Не уводит ли следование суженному пониманию онтологии, невключенность в ее предмет бытия человека, социального бытия, от понимания математики как направленной на рождение и развитие продуктивных *способов* постижения и преобразования реальности и *орудий* формирования таких способов? Разве не способствовало бы прояснению обсуждаемой проблемы, проблемы реальности математики, следование пониманию фундаментальных математических понятий как «отражений» не «внешнего мира» «самого по себе», а как развивающихся способов и форм самого «отражения», и видению в этом и объяснения их универсальной приложимости? И разве не несло бы следование такому пониманию и прояснение загадки математического «предвосхищения» открытий в физике? Не открывается ли сама возможность «предвосхищений» развитием математики, ее языка, ее орудий, продуктивных форм их представления и использования, которые и делают возможными не только и не просто усмотрение «предвосхищаемых» открытий, но и их продуктивные рациональные представления? Не в том ли смысле математика «предвосхищает» открытия в физике, в каком изобретение микроскопа «предвосхитило» открытие микроорганизмов?

Математика, являющаяся, по утверждению В.И. Арнольда [Арнольд 1998, 229], частью физики, существенно отличается от физики не просто своим надпредметным характером, т.е. радикальными абстрагированиями от предметной данности, но формированием и развитием эффективных способов поисково-исследовательской деятельности, т.е. метапредметной направленностью.

Например, понятие определенного интеграла (как и используемые в его описании понятия интегральной суммы и предельного перехода) относится не к физической, не к предметной стороне дела, связанной с задачами, приведшими к этому общему понятию, а к метапредметной – к способу действий *субъекта* исследования. Физический план служит лишь побудительным средством обращения к такому способу действий и к его развитию. Аналогичное верно и в отношении понятия производной. Оба эти понятия основываются на понятии предела, которое само основывается на трансцендировании.

Исторические процессы становления этих понятий, представляющих *поли*функциональные орудия поисково-исследовательской деятельности, свидетельствуют об их *поли*генетической природе. Но за этими обоими «*поли*-» скрывается единое «*моно*-» – способ действий. За полигенетичностью каждого из этих понятий скрывается имеющая более глубинные корни *моногенетичность* – те изначальные представления и те направляемые ими способы действий, которые явились его истоком. Каждое из этих понятий сформировалось как продукт их развития, как развитый способ действий, как эффективная *модель* продукта их развития, несущая потенцию более далеко идущего развития. Оно сформировалось как развитая метапредметность, истоком которой явилась изначальная, неразвитая метапредметность, или прото-метапредметность, взаимодействовавшая с полипредметностью и развивавшаяся в процессах таких взаимодействий. Сказанное справедливо и для других фундаментальных математических понятий.

Метапредметное начало функционирует на всех уровнях познавательной деятельности. Но там, где доминирует предметный план, метапредметное начало и предстает, и развивается как его аспект, а не как собственно метапредметное начало. Развитие же собственно метапредметного начала происходит тогда, когда оно само становится предметом исследования. Особое место и особая роль математики в развивающейся системе знаний состоит в том, что метапредметный план является и ее методом и ее предметом. Но и эти особое место и особая роль математики присущи не только ей. И потому необходима дальнейшая работа, направленная на постижение ее уникального места и уникальной роли в развивающейся системе знаний. А пока отметим особенность математики, состоящую в многоступенности, в многоуровневости присущей ей метапредметной деятельности.

Знания «не являются результатом простой регистрации наблюдений. Процесс познания невозможен без структурации, осуществляемой благодаря активности субъекта» [Пиаже 1983, 90]. Знания о вещах формируются как их *модели.* А значит, предмет познавательной деятельности, предмет всякой деятельности, не сам по себе, но вместе с ним и ее субъект со своим инструментарием должны рассматриваться как образующие единую систему, развивающуюся вместе со своими компонентами. И потому *субъектный план* должен играть не вторичную, а ведущую роль в исследованиях, посвященных обсуждаемому кругу вопросов. Это отвечает пониманию роли моделей и самого моделирования как всего того, что создается путем самопреобразований субъекта деятельности в процессе осуществляемой им деятельности [Вартофский 1988, 8]. Это не может не привести к сплетению в таких исследованиях эпистемологического анализа с когнитивистским и к проблеме реальности наук.

Эффективность модели исследуемого объекта достигается направленностью моделирования на исследование не столько этого объекта «самого по себе», сколько действий с ним, способов его исследования, того контекста, в рамках которого осуществляется исследование. Моделирование несет в себе обращенность к метапредметному плану и тем ведет к развитию механизмов понимания. Механизмы метапредметной деятельности сами являются такими механизмами. Метапредметный план является зримым проявлением *субъектного* плана.

Обычно, говоря о связях математики с реальностью, указывают на ее широкие прикладные достижения в форме эффективно работающих моделей тех или иных систем. Но этим не раскрывается характер таких связей. Метапредметное существо фундаментальных математических понятий говорит о том, что особенность математики — в формировании и развитии *общих способов* продуктивного математического моделирования. Говоря словами Канта, математика занимается не столько предметами, сколько способом познания предметов. В качестве ее объекта изначально, уже на стадии прото-математики, выступали «всеобщие и необходимые» пространственно-временные формы. Они являются генетическим наследием математики.

Моделирование в бытующем понимании направлено на получение новой информации о моделируемом объекте. Фундаментальные математические понятия как модели первомеханизмов математической деятельности, как модели соответствующих им прото-понятий, в формировании которых существенно участвуют механизмы *феноменологической редукции* в духе Гуссерля, направляющей на сосредоточение на самом процессе этой деятельности, на субъектном плане, играют иную роль – роль средств *преображения* поисково-исследовательской деятельности, несущего качественно новые ее возможности [Когаловский 2016b, 47]. А процессы их формирования являются образцами (=моделями) продуктивных стратегий поисково-исследовательской деятельности.

Став освоенным, фундаментальное понятие становится продуктивным «посредником» между разноприродными понятиями, ситуациями, задачами. Оно «сближает» их, открывая возможность их взаимного моделирования. Тем самым не только в нем самом, но и в понятиях частных по отношению к нему рождается или изъявляется метапредметное начало. Все предметное содержание математики пребывает в соотнесенности с общими формами и общими механизмами математической деятельности. Оно само представляет эти общие формы и механизмы. Оно пронизывается метапредметным началом. Выступая и как «часть физики» и как мета-физика, математика функционирует в форме взаимодействий и взаимопревращений этих ее «ликов». И в этом истоки ее эффективности.

Решая свои внутренние задачи и тем самым как бы уходя от своих истоков, от содержательного плана, от первоначальных целей, математика именно посредством этого восходит к своим глубинным корням, преображает их в свои внутренние «средства производства», превращающиеся в средства преображения самой поисково-исследовательской деятельности, в средства развития ее методологии, а посредством этого и в средства развития ее прикладных возможностей. Такие процессы осуществляются в форме метапредметной деятельности. А внутренние «средства производства», являющиеся их продуктами, предстают в форме «абстрактных» теорий. В таких теориях внешний наблюдатель видит лишь формальные схемы, «лишь» продукты игры. И они являются продуктами игры, игры фантазии, игры воображения, игры, направленной на конструирование и исследование возможных миров. Такая игра сопровождается постижением и развитием механизмов познавательной и конструктивной деятельности. Тем самым она несет формирование и развитие способов проектирования новых миров и продуктивных принципов такого проектирования. Только математик играющий может стать математиком созидающим и тем способствующим преображению реальности.

Процессы превращения методов математической деятельности в ее предмет приводят к рождению ее эффективных орудий и «средств производства», предстающих в форме ее фундаментальных понятий и представляемых ими теорий. Развиваясь и в прикладных направлениях, как «часть физики», математика все более становится областью деятельности, предметом которой являются общие формы, точнее говоря, *мета-формы* поисково-исследовательской деятельности, ее стратегий и ее общие способы, точнее говоря, *мета-способы*, т.е. *метапредметный* план. Тем самым она становится и *мета-физикой.* Сегодня как никогда ранее математика отвечает именам «μάθημα» и «ἐπιστήμη».

В лекции М.М. Постникова [Постников 1997, 83], прочитанной на конференции по философии математики в 1984 г., в лапидарной форме и потому неизбежно несколько односторонне выражается соотношение математики и естественных наук: «Основное в деятельности естествоиспытателей – это исследование не окружающего мира, а его моделей... Рассматривая модели в разных науках, мы... обнаруживаем группы чрезвычайно сходных моделей и результаты, полученные в одной модели, могут быть применены в другой... Схожесть моделей можно... выразить, сказав, что модели каждого класса имеют общую схему, т.е. что схожие модели – это модели, которые основываются на одной и той же схеме. Введя таким образом понятие схемы, мы приходим к задаче абстрактного изучения схем как таковых, безотносительно к их конкретному воплощению». Исходя из этого, М.М. Постников приходит к пониманию математики как науки, изучающей «все возможные... схемы, их взаимосвязи, методы их конструирования, иерархии схем (схемы схем) и т.д. и т.п. Таким образом, математика не есть наука о моделях окружающего мира, а есть наука о схемах этих моделей». Сказанное, понимаемое буквалистски, конечно же, нуждается в уточнениях, относящихся не только к вторичным сторонам дела. Но намного более важно то, что в нем усматривается существенная сторона дела, приближающая к постижению существа математики. К сожалению, эта сторона дела в дальнейшем не была развита.

Моделирования, метапредметные рассмотрения не просто содействуют достижению целей математической деятельности. Выступая вначале как медиаторы, они ведут к ее преображению и становятся ведущими компонентами преображенной деятельности. Это приводит к возрастанию в этой деятельности роли субъектного начала, а с ним и к развитию механизмов понимания.

«Самой природе математики присуща двойственность... Эту двойственность необходимо отчетливо сознавать... и учитывать при размышлениях о природе интеллектуальной деятельности в области математики. Двоякий лик – подлинное лицо математики», – писал Дж. фон Нейман [Нейман 1983, 88]. Какова же природа того лика математики, который предстает как чистая математика, развивающаяся в направлениях, «имеющих все более отдаленное отношение к эмпирическим данным»? Только ли произведениями интеллектуального искусства являются результаты чистой математики, только ли в этом их ценность?

Представления, явившиеся историческими истоками математики, отражают пространственно-временной план и потому являются неразвитыми универсальными формами ориентации в окружающем мире. Их природа онтологическая. Фундаментальные математические понятия как продукты многоступенных радикальных идеализаций и трансцендирований, как продукты взаимодействий трансцендирований «во-вне» и трансцендирований «во-внутрь», как продукты субъектного начала, выступающего в форме метапредметной деятельности, как творческие продукты обретают иную онтологическую природу: укореняясь в культуре, они преображают мировосприятие, преображают Практику, становясь ее эффективными стратегическими орудиями. Они преображают формы и характер поисково-исследовательской деятельности, становясь не только ее орудиями, но и «средствами производства» новых ее орудий. Само укоренение в культуре делает их априорными для последующих поколений.

С Фалеса начиналось обращение к идеальным объектам как предмету математических исследований, а тем самым начиналось развитие субъектного плана как предмета математики. Это привело к высочайшему уровню ее развития, развития надежных средств достижения истинности ее результатов. Фундаментальные математические понятия являются носителями развитого метапредметного начала, а тем самым носителями развитого субъектного начала.

Исторические процессы становления, укоренения и развития фундаментальных математических понятий являются процессами восхождения от неразвитого идеального к развитому идеальному. Они образуют несущий каркас процесса развития математики. Анализ этих процессов несет дальнейшее прояснение природы математики, ее существа. Он показывает, насколько далеко от истины широко распространенное мнение, что математика – это логика, и насколько ближе к ней тезис «математика – это метапредметное моделирование», т.е. такое, что моделями исследуемых объектов являются объекты метапредметного уровня и объекты метасмыслового уровня по отношению к ним. Точнее говоря, он показывает, что математика – это развивающийся концептуальный аппарат, а значит, и язык, и логика, и «технические» средства метапредметного моделирования и его реализации [Когаловский 2016а, 63]. Этим проясняется природа математики, ее существо, и характер ее связей с философией.

Здесь естественней говорить не о «логике», а о «логиках»: даже элементарные уровни математической деятельности используют далеко не только классическую логику. Так, в процессе открытия школьником доказательства той или иной теоремы используются разные логики: если само искомое доказательство использует классическую логику, то логика его поиска использует и интуиционистскую логику, а логика его проверки – конструктивную логику. Представляется, что поли-логичность мышления, присущая, конечно, не только математической деятельности, но характерная для нее как для деятельности многомерной, должна стать особым предметом исследований в области когнитивистики и эпистемологии.

Заметим, что не только математика, но и философия может быть охарактеризована как концептуальный аппарат и «технические» средства метапредметного моделирования. То же можно сказать, например, о такой ее области, как эпистемология. И это говорит о необходимости дальнейших продвижений в прояснении природы математики.

Такому продвижению помогает обращение к следующей важной эпистемологической стороне дела (которая, насколько нам известно, ранее не отмечалась): математическое моделирование объектов изучения как естественных, так и гуманитарных наук осуществляется обычно посредством трехуровневых идеализаций. Первый уровень состоит в формировании идеального образа, идеальной модели исследуемого объекта «самого по себе». Идеальный газ, абсолютно твердое тело, материальная точка – примеры таких идеализаций. Второй уровень – погружение рассмотрения идеального объекта в идеальный мир, в идеальный контекст. Например, в классической физике – это погружение в пространственно-временной континуум. Осуществление второго уровня идеализации открывает возможность построения математической модели и ее использования как идеализации третьего уровня. Такая идеализация – это *использование идеальных способов исследования идеального объекта в рамках идеального мира*.

Радикальные продвижения в развитии самих этих способов осуществляются посредством еще более далеко идущих идеализаций и далеко не в последнюю очередь – трансцендирований, приводящих к многоуровневым иерархиям метапредметной деятельности.

Моделируемый объект при таких идеализациях рассматривается не сам по себе, а в единстве с «миром», в который он погружен, с контекстом, в который погружено его рассмотрение (что часто не осознается). И сама его модель, т.е. его идеальный образ, тоже рассматривается в рамках подходящего контекста, вместе с ним (что тоже часто не осознается).

Математические понятия, математические методы формируются и в прикладных рассмотрениях, но в таких рассмотрениях они фигурируют преимущественно как *средства* решения тех или иных задач. В теоретических же рассмотрениях они становятся *предметом изучения*, а это представляет собой принципиально иной тип деятельности. Такая деятельность не может не быть направленной на восхождения на метапредметные уровни.

В отличие от математического моделирования (в привычном понимании) при моделировании в математике и сами моделируемые объекты имеют идеальную природу. Это делает более прозрачным деятельный характер строящихся моделей. Это делает более прозрачной работу когнитивных механизмов, участвующих в процессах моделирования, и несет бо̀льшие возможности усмотрения за спецификой процессов моделирования в математике, сильнее говоря, в самой этой специфике, общих механизмов, общих закономерностей, присущих поисково-исследовательской деятельности, возможности усмотрения ее продуктивных форм. Это несет возможности лучшего постижения процессов формирования и развития орудий и «средств производства» самой математической деятельности и математического моделирования. Это несет возможность постижения природы той двойственности математики, о которой говорил фон Нейман.

Реализации этой возможности способствует анализ исторических процессов восхождений от синкретичных представлений, от протопонятий, или житейских понятий (Л.С. Выготский), к строгим математическим понятиям. В особой степени это относится к процессам становления фундаментальных математических понятий. Такие процессы, являющиеся процессами восхождения от неразвитого идеального к развитому идеальному, близки процессам математического моделирования, хоть и имеют существенно иную направленность. Анализ таких процессов и процессов математического моделирования (и их продуктов), их сопоставление несет дальнейшее прояснение природы математики, ее существа, природы ее эффективности.

Такие процессы, как и процессы математического моделирования, сопровождаются трехуровневыми идеализациями. Таковы, например, процессы формирования (и развития) первичных понятий математического анализа, отправлявшихся от их интуитивных прообразов и осуществлявшихся в рамках процесса формирования математического анализа на строгих основаниях. Если формирование самих этих понятий посредством восхождений к определениям их как строгих понятий, т.е. к определениям, выразимым на языке исчисления предикатов той или иной ступени, является первым уровнем идеализации, то погружение их рассмотрения в тот или иной теоретико-множественный мир, в ту или иную аксиоматическую теорию множеств, является вторым уровнем. Такое погружение несет и необходимые языковые средства, и идеальные орудия исследования и обоснования его результатов (задаваемые аксиомами теоретико-множественного мира. Эти аксиомы задают одновременно границы возможностей этих орудийных средств). Так что в таких процессах все три уровня идеализации осуществляются одновременно, вместе. Более того, второй и третий уровни идеализации в них могут совпадать.

(Заметим, что, например, «окрестностное» и «последовательностное» определения понятия непрерывности действительной функции в точке, обычно понимаемые и используемые как разные формы определения одного и того же понятия, вообще говоря, представляют разные понятия, разные модели интуитивных представлений о непрерывности в точке. В одних теоретико-множественных мирах, например, в теории множеств Цермело-Френкеля, ZF, эти определения не эквивалентны, а в ее обогащении аксиомой выбора они эквивалентны).

Моделирования, связанные с алгоритмическими вопросами, как правило, используют такое идеальное орудие, как принцип потенциальной осуществимости.

Первые два уровня идеализации используются во всякой научной деятельности, в том числе и в «сугубо» экспериментальных науках. Но, конечно, разные науки характеризуются разными формами и степенями идеализации. Более того, разные направления одной и той же науки могут характеризоваться разными формами и степенями идеализации.

Использование идеализации третьего уровня является характеристической особенностью математики. Использование ее в приложениях математики порождает приведение в соответствие с ней первых двух уровней идеализации, их форм и степеней. Отметим также, что и третий уровень идеализации имеет разные формы и степени.

Уже первые два уровня идеализации несут восхождение на метапредметный уровень поисково-исследовательской деятельности, Так что всякая наука характеризуется метапредметной деятельностью. Присущий приложениям математики третий уровень идеализации создает качественно новую ситуацию: он несет направленность не просто на более высокие уровни метапредметной деятельности, а на использование *орудий, несомых идеальными способами исследования идеальных объектов в рамках идеальных миров,* являющихся эффективными *мета-моделями* орудий поисково-исследовательской деятельности. В этом смысле он несет восхождение на уровень *метатеоретической деятельности.* Идеализации третьего уровня не могут не быть важным предметом когнитивистики и эпистемологии.

Особенность «чистой» математики, зримо проявляющаяся в процессах становления фундаментальных понятий математики, состоит в том, что идеализация первого уровня направлена на сами орудия математической деятельности. В отличие от типичных задач, связанных с приложениями математики, задачи формирования математических понятий, долженствующих играть в математической деятельности многофункциональные стратегические роли, отличаются многомерностью и многоуровневостью. Они имеют существенно иной характер и существенно иные масштабы. Не случайно фундаментальные математические понятия явились продуктами многопоколенной научной деятельности.

Третий уровень идеализации в таких процессах, сплавленный с первым и вторым, состоит *в развитии идеальных способов исследования идеальных объектов в рамках идеальных миров, в формировании и развитии их орудий и «средств производства» таких орудий,* являющихся мета-формами и мета-средствами поисково-исследовательской деятельности, ее продуктивными мета-моделями. В этом существо «чистой» математики как того лика математики, который развивается в направлениях, «имеющих все более отдаленное отношение к эмпирическим данным». «Чистая» математика, формирующая и развивающая орудия метатеоретической деятельности, имеет мета-метатеоретический уровень. (Но сама деятельность в этой области для ее субъектов чаще всего предстает как деятельность намного более низкого уровня.)

Двойственность, присущая природе математики, ее «двоякий лик» – это взаимодействия открывательской и изобретательской деятельности, это взаимодействия исследовательской деятельности и деятельности, направленной на формирование ее орудий, это то, что ведет к наращиванию потенции ее дальнейшего развития, при этом сохраняя и углубляя ее единство, ее двуединство.

В действительности более правомерно говорить не о двух, а о трех ликах математики, о ее триединстве, а не двуединстве (что согласуется с трехуровневостью научных знаний. См. [Лебедев 2010, 70]). Ее третьим ликом является метаматематика, та ее область, которая одновременно является метапредметной по отношению к ней. Метаматематика несет *развитие идеальных способов исследования ее второго лика, т.е. концептуального аппарата и «технических» средств метатеоретического моделирования, осуществляемого и реализуемого с помощью идеальных способов исследования.* Результаты метаматематики, являющиеся продуктами погружения в сокровенные глубины математической деятельности, сами становятся и продуктивными стратегическими, и продуктивными «техническими» ее орудиями, и «средствами производства» таких орудий.

Формирование, использование и развитие идеальных орудий, идеальных способов исследования (в том числе и обоснования его результатов), идеальных «средств производства» является не просто родовой и даже не просто видовой, но индивидуальной характеристикой математики. *Математика – это развивающиеся концептуальный аппарат и «технические» средства метатеоретического моделирования, осуществляемого и реализуемого с помощью названных трехуровневых идеализаций.* Тем самым она является областью знания, предметом которой являются мета-формы и мета-способы поисково-исследовательской деятельности. Тем самым она является сокровенным ядром эпистемологии и когнитивистики. В метапредметном характере предмета математики и ее орудий объяснение необозримой широты ее применений.

Так как осуществимость и полнокровная реализуемость третьего уровня идеализации возможна только при осуществлении первого и второго ее уровней, то последний тезис можно переформулировать так: *математика – это развивающиеся концептуальный аппарат и «технические» средства метатеоретического моделирования, осуществляемого и реализуемого с помощью* ***идеальных способов исследования****, развиваемых посредством формирования и развития их орудий и «средств производства» таких орудий.* (Заметим, что и сами «средства производства» становятся прямыми орудиями идеальных способов исследования.) А значит, математика является областью деятельности, предметом которой являются *мета-формы* поисково-исследовательской деятельности, ее стратегий и ее *мета-способы*. А значит, *математика – это когнитивная инженерия.* А значит, *математика – это, прежде всего, развивающееся субъектное начало,* несущее возможность все более глубинного самопознания человека как Человека Исследующего и тем несущее его преображение и открывающее возможность постижения все более глубинных законов бытия. В конечном счете в этом источник поразительной эффективности математики.

Заметим, что формирование «средств производства» орудий идеальных способов исследования также нуждается в соответствующих орудиях. Имеется множество математических теорий, направленных на формирование и развитие таких орудий и прямых орудий идеальных способов деятельности. Сама постановка вопроса о возможности «получить эмпирическую интерпретацию» этих «абстрактных» теорий, представляющих «чистые (формальные) схемы», и утверждение, что «попытки найти фундаментальную реальность, заключенную в понятиях класса, множества, функции и т.п. ... представляются... не имеющими оправдания в сути абстрактной математики» [Перминов 2012, 34], характеризуют уход от сути дела [Когаловский 2014, 69].

Рождаемые моделированиями продуктов научной и философской рефлексии идеальные способы исследования идеальных объектов рождают обращенность к возможным идеальным мирам, а с нею обращенность к проблемам формирования и развития орудий исследований в таких мирах (каковые не могут не быть идеальными орудиями) и «средств производства» таких орудий. Наличествующий опыт формирования, применений и развития таких орудий в уже освоенных идеальных мирах, опыт применения такого рода достижений в прикладных исследованиях служат первичным направляющим средством в решении таких проблем и средством первичных испытаний на продуктивность относящихся к ним новых результатов.

В условиях исследования идеальных способов изучения идеальных объектов, погруженных в идеальные миры, и приложений его результатов, в условиях нарастания разнообразия рассматриваемых объектов и методов их исследования происходит развитие субъектов такой деятельности, рождается новый тип мышления, новый тип рефлексии. Его развитие сопровождается развитием воображения, нарастанием дальновидения и дальнодействия мышления, нарастанием его многомерности и многоуровневости. Оно сопровождается тягой к развитию единства нарастающего многообразия достигаемых результатов, к продуктивным систематизациям достигнутых результатов. Все это ведет к нарастанию потенции дальнейшего развития такой деятельности и самих ее субъектов. Нарастающее разнообразие исследуемых идеальных миров способствует и более глубокому постижению миров, ставших классическими, усмотрению их уникальности.

Обращения к возможным мирам обогащают математику и как «часть физики» и ведут к далеко идущему ее развитию.

Достижения математики в области исследования идеальных способов исследования делают ее важной «частью» эпистемологии, а формируемые и развиваемые ею орудия таких исследований делают все более необходимой, все более значимой ее роль в научных и технических исследованиях.

Обращенность математики к возможным мирам делает ее важным компонентом становящегося концептивизма, ставящего своей задачей «создание множественных моделей возможных миров, познавательных и общественных практик» [Эпштейн 2003, 87]. Термин «концептивизм» указывает на «зачинательно-генеративную природу новых методологий, которые не столько деконструируют концептуальные объекты, сколько порождают их в соответствующих гипотетических и поссибилистских модальностях» [Эпштейн 2003, 87]. Согласно концептивизму, задача философии – «расширять и умножать “мирность” мира, его концептуальную мыслимость, которая не сводима к одному из миров» [Эпштейн 2003, 87]. Это и задача математики. «Теперешняя стадия философии характеризуется тем, что идея, созревавшая в царствах природы и истории, познается в ее возможностях, выводящих за пределы природы и истории. Целью и устремлением философии на стадии концептивизма является выход понятия за пределы действительности, полагание новых форм бытия, которые еще не оформились и нуждаются в метафизических началах, основополагающих принципах» [Эпштейн 2003, 87]. В такой же мере это относится и к математике.

Более того, та роль, которую в математике играет обращенность к возможным мирам, делает ее важным компонентом становящейся *культуроники*, понимаемой как «гуманитарная технология, изобретательская и конструкторская деятельность в области культуры; активное преобразование культуры как следствие или предпосылка ее теоретических исследований» [Эпштейн 2003, 87].

Многомерность и многоуровневость – характеристические черты математики, проявляющие родовую сущность человека [Волкова 2014, 57].

Прояснение когнитивной природы математики имеет не только эпистемологическую значимость. Так, оно открывает возможность исследования, основывающегося на более твердых основаниях, следующих вопросов (являющихся по сути разными формами выражения одного и того же вопроса):

а) в какой мере сегодняшнее общее математическое образование отвечает когнитивной и эпистемологической природе математики – как метатеоретической области знаний с возможностями, несомыми ею в этом ее качестве, или только как «части физики»?

б) в какой мере обучение математике в общеобразовательной школе способствует тому, чтобы учащиеся становились архитекторами своего интеллекта? Или, может быть, оно способствует лишь тому, чтобы они развивались как его каменщики?

Обращение к идее моделирования способствовало продвижению в прояснении природы математики. Это продвижение открывает возможность прояснению места и роли моделирования в исследовательской деятельности, усмотрения в моделировании ее ведущего механизма.

ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Арнольд 1998 – *Арнольд В.И.* О преподавании математики // Успехи математических наук. 1998. Т. 53. Вып. 1 (319). С. 229–234.

Вартофский 1988 – *Вартофский М.* Модели. Репрезентация и научное понимание. – М.: Прогресс, 1988.

Вигнер 1968 – *Вигнер Е.* Непостижимая эффективность математики в естественных науках // Успехи физических наук. 1968. Т. 94. Вып. 3. С. 535–546.

Волкова 2014 – *Волкова В.О.* Духовная симфония человека. – СПБ.: Алетейя, 2014.

Когаловский 2014 – *Когаловский С.Р.* К проблеме реальности математики // Научный поиск. 2014. № 4 (14). С. 65–72.

Когаловский 2016а – *Когаловский С.Р.* К проблеме непостижимой эффективности математики // Научный поиск. 2016. № 1 (19). С. 61–64.

Когаловский 2016b – *Когаловский С.Р.* Меон и эйдос в математической деятельности // Вестник Ивановского государственного университета (Серия «Гуманитарные науки»). 2016. Выпуск 2 (16). С. 43–54.

Крушанов 2015 – *Крушанов А.А.* Возвращаясь к проблеме «непостижимой эффективности математики» // Вестник Российского философского общества. 2015. № 4 (71). С. 101–107.

Лебедев 2010 – *Лебедев С.А.* Уровни научного знания // Вопросы философии. 2010. № 1. С. 62–75.

Лосев 1982 – *Лосев А.Ф.* Диалектика творческого акта (краткий очерк) // Контекст 1981 / под ред. Я.Э. Эльсберг. – М.: Наука, 1982.

Нейман 1983 – *Нейман Дж. фон*. Математик // Природа. 1982. 1983. № 2. С. 88–95.

Перминов 2012 – *Перминов В.Я.* Реальность математики // Вопросы философии. 2012. № 2. С. 24–39.

Пиаже 1983 – *Пиаже Ж*. Психогенез знаний и его эпистемологическое значение // Семиотика. – М.: Радуга, 1983. С. 90–101.

Постников 1997 – *Постников М.М.* Является ли математика наукой? // Математическое образование. 1997. № 2. С. 83–88.

Эпштейн 2001 – *Эпштейн М. Философия возможного. Модальности в мышлении и культуре.* – СПб.: Алетейя, 2001.

Эпштейн 2003 – *Эпштейн М.* Культура как предмет творчества // Международные чтения по теории, истории и философии культуры. – СПб.: Эйдос, 2003. № 15.

ON THE NATURE OF MATHEMATICS

S.R. KOGALOVSKII

Summary

The article examines attempts to clarify the nature of the remarkable effectiveness of mathematics referred to in the well-known work of E. Wigner and analyzed recent work on the problem of the reality of mathematics. The main result of this paper is the clarification of the cognitive nature of mathematics: mathematics is a developing conceptual framework and «technical» tools of metatheoretic modeling performed and used with the help of ideal methods of research developed through the formation and development of their tools and the “means of production”. So, mathematics is, first of all, developing subjectivity which carries the possibility of deepening self-knowledge of man as of Man Investigating and an opportunity to discover deeper laws of the world. Ultimately this is the source of its remarkable effectiveness. The clarification of the cognitive nature of mathematics opens up the opportunity to research the following issue: the extent to which today's General mathematical education meets its cognitive and epistemological nature - as metatheoretic area of knowledge with opportunities arising from this its quality, or only as “part of physics”.

Keywords: ontology, subjectness, meta-object modeling, cognitive nature of mathematics.

Kogalovskii, Sergey – Ph.D. in Physics and Mathematics, Professor of the Department of Mathematics, Physics and Teaching Methodology, Shuya branch of Ivanovo State University, Shuya.

askogal@yandex.ru

Citation: *KOGALOVSKII S.R.* (2017) On the Nature of Mathematics. In: *Philosophical Sciences*. 2017. Vol. 6, pp. 80-95.

REFERENCES

Arnold V.I. (1998) ‘On Teaching Mathematics’. In: *Advances in Mathematical Sciences*. 1998. Vol. 53. Is. 1 (319), pp. 229-234 (in Russian).

Epstein M. (2001) *The Philosophy of the Possible. The Modalities in Thought and Culture*. Saint Petersburg, 2001 (in Russian).

Epstein M. (2003) 'Culture as a Subject of Creativity'. In: *International Readings on Theory, History and Philosophy of Culture*. Saint Petersburg, 2003. Vol. 15 (in Russian).

Kogalovskii S.R. (2014) 'To the Problem of the Reality of Mathematics'. In: *Scientific Search*. 2014. Vol. 4 (14), pp. 65-72 (in Russian).

Kogalovskii S.R. (2016) 'To the Problem of Incomprehensible Efficiency of Mathematics'. In: *Scientific Search*. 2016. № 1 (19), pp. 61-64 (in Russian).

Kogalovskii S.R. (2016) 'Meon and Eidos in Mathematical Activities'. In: *Bulletin of Ivanovo State University* (Series Humanities). 2016. Issue 2 (16), pp. 43-54 (in Russian).

Krushanov A.A. (2015) 'Returning to the Problem of «the Incomprehensible Effectiveness of Mathematics»'. In: *Bulletin of the Russian Philosophical Society.* 2015. Vol. 4 (71), pp. 101-107 (in Russian).

Lebedev S.A. (2010) 'The Levels of Scientific Knowledge'. In: *Voprosy filosofii.* 2010. Vol. 1, pp. 62-75 (in Russian).

Losev A.F. (1982) 'Dialectics of the Creative Act'. In: Context 1981. Moscow, pp. 48-78 (in Russian).

Neumann J. von. (1983) 'Mathematician'. In: *Nature.* 1983. Vol. 2, pp. 88-95 (Russian trans.).

Perminov V.Ya. (2012) 'The Reality of Mathematics'. In: *Voprosy filosofii.* 2012. Vol. 2, pp. 24-39 (in Russian).

Piaget J. (1983) 'The Psychogenesis of Knowledge and Its Epistemological Significance'. In: *Semiotics.* Moscow, pp. 90-101 (Russian trans.).

Postnikov M.M. (1997) 'Is Mathematics a Science?' In: *Mathematics Education*. 1997. Vol. 2, pp. 83-88 (in Russian).

Volkova V.O. (2014) *A Spiritual Symphony of a Man*. Saint Petersburg, 2014. (in Russian).

Wartofsky M. (1979) *Models. Representation and Scientific Understanding* (Russian translation: Progress, Moscow, 1988).

Wigner E. (1968) 'The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences'. In: *Advances in Phisical Sciences*. 1968. Vol. 94. Issue 3, pp. 535-546 (in Russian).