

Постижение смысла через число: трансформация представлений от античных учений к технологиям искусственного интеллекта

Н.Л. Вигель

*Ростовский государственный медицинский университет,
Ростов-на-Дону, Россия*

Э. Меттини

*Российский национальный исследовательский медицинский
университет имени Н.И. Пирогова, Москва, Россия*

Аннотация

В статье прослеживается эволюция идеи соотнесения чисел и смыслов от нумерологических систем древности до современных моделей обработки естественного языка на основе векторных представлений и нейронных сетей. Авторы показывают, что стремление выявлять скрытые свойства объектов через соотнесение их с числами и проведение операций с этими числами было характерно для различных культур на протяжении тысячелетий. Рассматриваются этапы формирования концепции *mathesis universalis* (универсальной математики): от размышлений об общей математике Аристотеля и Прокла до представлений Р. Декарта о существовании универсально применимой науки о порядке и мере. Особое внимание уделяется проекту Г.В. Лейбница о создании универсальной характеристики – формализованного языка, на котором можно было бы точно выражать все знания и осуществлять логический вывод путем вычислений. Отмечается, что, несмотря на принципиальные ограничения, некоторые идеи Лейбница нашли воплощение в технологиях обработки естественного языка, основанных на векторных представлениях слов. Однако простого соотнесения понятий с векторами недостаточно для полноценной реализации идеи исчисления рассуждений, в частности необходим механизм вывода одних истинных утверждений из других. Развитие архитектуры трансформеров, использующей механизм самовнимания (self-attention) для построения контекстно-зависимых векторных представлений, стало значительным шагом на пути к автоматизации рассуждений. Тем не менее современные языковые модели основаны на принципе максимизации правдоподобия, а не на строгих логических правилах. Авторы анализируют концептуальные решения, предлагаемые для создания

полноценного исчисления знаний. В заключении подчеркивается, что, несмотря на привлекательность идеи сведения рассуждений к математическим операциям, следует с осторожностью относиться к ее максималистским трактовкам. Познание носит конструктивный характер, и даже самая совершенная модель формализации рассуждений не заменит практической мудрости и свободы человеческого мышления.

Ключевые слова: философия искусственного интеллекта, история философии, философия математики, логика, *mathesis universalis*, *calculus ratiocinator*, универсальная характеристика, исчисление рассуждений, языковые модели.

Вигель Нарине Липаритовна – доктор философских наук, доцент, заведующий кафедрой философии с курсом биоэтики и духовных основ медицинской деятельности Ростовского государственного медицинского университета.

22nara@mail.ru

<http://orcid.org/0000-0003-0382-4665>

Меттини Эмилиано – кандидат педагогических наук, заведующий кафедрой гуманитарных наук Института мировой медицины Российского национального исследовательского медицинского университета имени Н.И. Пирогова.

emiliano@inbox.ru

<http://orcid.org/0000-0002-3051-9730>

Для цитирования: Вигель Н.Л., Меттини Э. Постигание смысла через число: трансформация представлений от античных учений к технологиям искусственного интеллекта // Философские науки. 2024. Т. 67. № 1. С. 29–53. DOI: 10.30727/0235-1188-2024-67-1-29-53

Comprehending Meaning Through Number: The Transformation of Ideas from Ancient Doctrines to Artificial Intelligence Technologies

N.L. Wiegel

Rostov State Medical University, Rostov-on-Don, Russia

E. Mettini

*Pirogov Russian National Research Medical University,
Moscow, Russia*

Abstract

The article explores the evolution of the idea of correlating numbers and meanings, from ancient numerological systems to modern models of natural

language processing based on vector representations and neural networks. The authors demonstrate that the aspiration to uncover hidden properties of objects by associating them with numbers and performing operations on these numbers has been a common thread across various cultures for millennia. The article traces the stages in the formation of the concept of *mathesis universalis* (universal mathematics), starting from Aristotle and Proclus's reflections on general mathematics and culminating in R. Descartes's ideas about the existence of a universally applicable science of order and measure. Particular attention is devoted to G.W. Leibniz's ambitious project of creating a universal characteristic – a formalized language in which all knowledge could be precisely expressed and logical inference could be carried out through calculations. It is noted that, despite inherent limitations, some of Leibniz's intuitions have found embodiment in natural language processing technologies based on vector representations of words. However, the simple correlation of concepts with vectors is insufficient for the full realization of the idea of a calculus of reasoning, as it lacks a mechanism for deriving true statements from others. The development of the transformer architecture, which employs the mechanism of self-attention to construct context-dependent vector representations, has been a significant stride towards the automation of reasoning. Nevertheless, modern language models are based on the principle of maximizing likelihood rather than rigorous logical rules. The authors analyze conceptual solutions proposed for creating a comprehensive calculus of knowledge. In conclusion, it is emphasized that, while the idea of reducing reasoning to mathematical operations is undeniably attractive, one should be cautious about its maximalist interpretations. Cognition is constructive in nature, and even the most perfect model of formalization of reasoning cannot substitute for the practical wisdom and freedom of human thought.

Keywords: philosophy of artificial intelligence, history of philosophy, philosophy of mathematics, logic, *mathesis universalis*, calculus ratiocinator, universal characteristic, calculus of reasoning, language models.

Narine L. Wiegel – D.Sc. in Philosophy, Associated Professor, Head of the Department of Philosophy with a Course on Bioethics and Spiritual Foundations of Medical Activity, Rostov-on-Don State Medical University.
22nara@mail.ru
<http://orcid.org/0000-0003-0382-4665>

Mettini Emiliano – Ph.D. in Pedagogy, Head of Department of Humanities of International Institute of Medicine, Pirogov Russian National Research Medical University.
emiliano@inbox.ru
<http://orcid.org/0000-0002-3051-9730>

For citation: Wiegel N.L. & Mettini E. (2024) Comprehending Meaning Through Number: The Transformation of Ideas from

Ancient Doctrines to Artificial Intelligence Technologies. *Russian Journal of Philosophical Sciences* = *Filosofskie nauki*. Vol. 67, no. 1, pp. 29–53. DOI: 10.30727/0235-1188-2024-67-1-29-53

Введение

Число – одно из самых универсальных и важных понятий, которое сопровождает человечество с самых древних времен. Число является математическим объектом, для которого определены алгоритмизированные операции. Символ – это знак, который не только обозначает объект, но и выражает его существенные свойства, связанные с ним смыслами и закреплённые в социокультурном опыте.

Числа с момента их появления использовали для счета предметов. Но могут ли цифры применяться для выявления нового смысла объектов? На протяжении истории эта заманчивая и увлекательная цель притягивала человеческие умы. Первой попыткой достичь ее стала нумерология, но в Новое время она была признана псевдонаукой. Р. Декарт и Г.В. Лейбниц прилагали усилия к постижению *mathesis universalis* (универсальной математики) – вычислительного метода открытия истин. Однако в наши дни, в эпоху цифровых технологий, синтез чисел и смыслов – это уже не теория, а практически реализованная и используемая технология. Тем не менее исчисление рассуждений, или *calculus ratiocinator*, как его называл Лейбниц, не создано, и несмотря на все современные достижения, остаются сомнения относительно возможности реализации этого проекта.

В настоящей статье постараемся проследить историю развития идей о постижении свойств предметов через операции с числами от Античности до новейших моделей машинного обучения и обработки естественного языка. Рассмотрим вопросы о том, какие концепции универсального исчисления рассуждений выдвигали мыслители прошлого и как эти идеи соотносятся с современными достижениями в области искусственного интеллекта (ИИ), в чем состоят ограничения на пути реализации проекта исчисления и насколько они могут преодолены. Внимание будет уделено анализу ограничений и трудностей, возникающих на пути реализации проекта математизации процесса рассуждений, а также вопросу о принципиальной возможности их преодоления.

Нумерологические представления: синкретиз числа и смысла

Числа имеют символическое значение в различных традициях и культурах. Соотнося понятия с числами, как представлялось, можно было получить новое, кажущееся «тайным», «сокровенным», «сакральным» знание о вещах и мире. Рассмотрим несколько примеров, чтобы выявить стратегии нумерологических учений.

Одним из ярких примеров является пифагорейство. Пифагорейцы пытались применить числа для того, чтобы делать выводы о природе и структуре небес и мира [Волошинов, Рязанова 2011]. Например, тетрактис был важным символом для пифагорейцев, образованным путем расположения чисел 1, 2, 3 и 4 в треугольнике. Сумма этих чисел равна 10, что считалось совершенным числом у пифагорейцев, поэтому, как они предполагали, существовало десять небесных тел [Gregory 2015, 35].

Платон придавал числам особое значение в своей философии идеальных форм. Он рассматривал числа как вечные идеи, существующие в мире идей независимо от материального мира. Числа для Платона служили образцами для всего сущего [Асмус 1975, 112].

В китайской культуре числа также имеют особое значение. Например, число 8 считается символом благополучия и богатства, число 9 ассоциируется с долговечностью и совершенством, а число 5 символизирует пятиэлементный космологический порядок. Аналогично в японском синтоизме число 8 считается числом счастья и удачи, а число 9 символизирует долговечность и высшую истину.

В христианской традиции различные числа имеют символическое значение. Например, число 7 символизирует совершенство и полноту, 12 – апостолов и племена Израиля, а 40 – время испытаний и скорби [Стюарт 2001]. В исламской культуре некоторые числам приписывается сакральный смысл. Например, согласно преданию, у Аллаха 99 имен, и каждое число от 1 до 99 обозначает одно из качеств Аллаха.

Числовой символизм играет важную роль в «Божественной комедии» Данте Алигьери. Например, итальянский поэт противопоставляет число 515 апокалиптическому числу Зверя 666. При перестановке букв в римской записи числа 515 (DXV) получается латинское слово «dux» – «вождь, предводитель». Скрытый смысл приписывают числам 6 и 5, который соответственно символи-

зируют микрокосм и макрокосм. Кроме того, число 65, будучи записанным римскими цифрами как LXV, при перестановке превращается в «lux» – «свет» [Guenon 1996, 53, 58].

Одной из наиболее разработанных нумерологических систем является гематрия – каббалистическая система придания числовых значений буквам алфавита и словам. Например, в иврите слово «ק״א» (эхад), означающее «один», имеет числовое значение 13 (алеф (א) = 1, хет (ח) = 8, далет (ד) = 4, сумма 13). Слово «אהבה» (ахава), означающее «любовь», также имеет числовое значение 13 (алеф (א) = 1, хет (ח) = 5, бет (ב) = 2, хет (ח) = 5, сумма 13). Эквивалентность числовых значений слов «один» (ק״א) и «любовь» (אהבה) рассматривали как свидетельство того, что любовь служит важнейшей характеристикой божественного [Lundy et al. 2010, 359].

Таким образом, можно выделить следующие задачи, которые пытались решить соотносением чисел и смыслов.

1. Раскрытие свойств. Предполагается, что числам могут быть приданы символические значения, связывающие абстрактные понятия с числовыми значениями. Если объекты имеют общее числовое представление, это предполагает наличие связи между ними, тем самым раскрываются скрытые свойства этих объектов. Нумерология претендовала на то, чтобы служить инструментом для выявления и интерпретации качеств и характеристик, присущих природному и метафизическому миру.

2. Выявление новых фактов о реальности. Числа могут использовать для выводов об устройстве реальности. Например, восприятие числа 10 как совершенного использовали для обоснования идеи о существовании десяти небесных тел.

3. Предписывающие и запрещающие указания. Нумерологию также применяют для определения необходимых действий в различных культурных практиках, искусстве и религиозных верованиях. Числа, считающиеся благоприятными, могут диктовать повторение определенных действий, производство определенного количества предметов или соблюдение определенных ритуалов. И наоборот, числа, считающиеся неблагоприятными, предполагают действия, которых следует избегать. Это предписывающее использование чисел направлено на то, чтобы согласовать человеческую деятельность с воспринимаемыми космическими ритмами и истинами, тем самым влияя на результаты, которые, как считается, связаны с числовыми значениями.

Вместе с тем нумерология имеет ряд очевидных и принципиальных изъянов:

- 1) произвольность ассоциаций между числами и концептуальными или физическими объектами;
- 2) отсутствие строгих правил относительно того, какие и в каком порядке осуществлять операции с числами;
- 3) отсутствие эмпирической проверки и процедур пересмотра изначальных представлений на основе опыта их применения.

Можно множеством разнообразных способов ассоциировать различные слова и числа друг с другом, но фактически уже изначально рассматривают только варианты ассоциирования, которые можно подвести под заданный смысл. В действительности нумерология работала не как выявление свойств, а как проецирование собственных стереотипов на внешние объекты. Ввиду этого, начиная с эпохи Нового времени, в качестве псевдонаучных воспринимали не только объяснения, предлагаемые нумерологией, но и ее цель – соотнесение понятий с числами, чтобы затем через операции с числами прийти к выявлению связей между понятиями.

От идеи общей математики к универсальной характеристике Лейбница

Рефлексия над достижениями математики рождала вопрос о том, насколько можно расширить область применения математического знания. В XVI–XVII веках получило распространение представление о том, что является возможным существование *mathesis¹ universalis* (универсальной математики) – дисциплины, которая, применяя математический метод, могла бы отвечать на различные вопросы, выходящие за пределы того, что традиционно отнесено к области математического знания. Понятие «универсальная математика» можно возвести к Аристотелю (*Met.* 1026a25–27, 1064b8–9). В «Метафизике» философ писал: «Умозрительные науки предпочтительнее всех остальных, а учение о божественном предпочтительнее других умозритель-

¹ Латинское слово «*mathesis*» чаще всего и на русский, и на английский переводят как «математика». Этимологически *mathesis* восходит к греческому μάθησις, означающему «процесс обучения, научение, учение». Как правило, под *mathesis* понимали более широкую область знания, чем собственно математика. Но смысл, вкладываемый в это слово, различается от автора к автору, как покажем далее в статье.

ных наук. В самом деле, мог бы возникнуть вопрос, занимается ли первая философия общим или каким-нибудь одним родом [сущего], т.е. какой-нибудь одной сущностью (*physis*): ведь неодинаково обстоит дело и в математических науках: геометрия и учение о небесных светилах занимаются каждая определенной сущностью (*physis*), а общая математика простирается на все» [Аристотель 1976, 182]². Таким образом, у Аристотеля «универсально общая математика» (ἡ καθόλου κοινὴ μαθηματική) – это наука, изучающая в обобщенной форме те сущности, разные виды которых описаны отдельными математическими дисциплинами.

Из античных философов неоплатоник Прокл Диадокх (412–485), пожалуй, наиболее детально рассмотрел вопрос о том, в какой мере математика может быть универсальным основанием познания. Рассуждая о математических науках, Прокл пишет: «Их постоянная скрепа – это единая и целая математика [μία καὶ ὅλη μαθηματική], охватывающая в себе начала всех отдельных наук в простейшем виде, рассматривающая их различия и научающая как тому, что в них всех одинаково, так и тому, что присуще их большинству или меньшинству. И потому учащиеся должны от многих наук восходить к ней одной. Но еще более высокой скрепой математических наук служит диалектика, которая, как уже сказано, названа в “Государстве” их венцом» [Прокл Диадокх 2013, 66; Прокл 1994, 120]. Ограничившись упоминанием единой и целой математики, Прокл не разрабатывает ее содержания.

В XIII веке каталонский мыслитель Р. Луллий предпринял попытку создания универсального метода для автоматизации логических рассуждений. В настоящее время в связи с развитием информатики многие видят в нем первого ученого, предложившего алгоритмизировать процесс поиска истины. Но стоит заметить, что метод Луллия был построен на использовании таблиц и схем, он не предполагал проведения математических вычислений для построения рассуждений [Bonner 2007].

Французский исследователь Ж.-П. Вебер наиболее раннее упоминание термина «*mathesis universalis*» находит в рабо-

² На греческом словосочетание «общая математика» дословно не встречается; в оригинале читаем «ἡ δὲ καθόλου πασῶν κοινὴ» (*Met.* 1026a27) – «но универсально для всего общая». То, что имеется в виду математика, понимаем из контекста.

тах бельгийского математика Адриана ван Ромена (1561–1615) [Weber 1964, 247]. В начале трактата 1593 года «Математическая идея» (*Idea Mathematica*) А. ван Ромен пишет о том, что у него возникла идея универсальной математики (*universae matheosis*), которая, как ему стало ясно, является «королевой всех наук»³ (цит. по: [Weber 1964, 248]). Работа посвящена тому, что автор назвал «методом многоугольников», и состоит из расчетов различных свойств геометрических фигур, т.е. не выходит за рамки чистой математики. В трактате 1602 года «Идея универсальной математики» (*Universae Mathesis Idea*) предложена классификация наук и раскрыта их связь с математикой. Математика определена как наука, объектом которой является количество, а методом – доказательство. Ромен пишет о том, что, если судить по объекту наук, то метафизика превосходит математику, а математика превосходит физику, но, если сравнивать в отношении истинности утверждений, математика не уступает ни одной из наук. В трактате прослеживается восхваление математики, однако фактически отсутствуют новые, плодотворные идеи о применении математики в различных дисциплинах. Причиной такого несоответствия, вероятно, в первую очередь является не исследовательская ограниченность автора трактата, а нетривиальность самой задачи.

В незавершенной работе «Правила для руководства ума» Р. Декарт пишет о *mathesis universalis* как об общем знании, выходящем за рамки конкретных дисциплин: «...к математике [*ad Mathesim*] относятся лишь все те вещи, в которых исследуются какой-либо порядок или мера, и неважно, в числах ли, или фигурах, или звездах, или звуках, в любом ли другом предмете придется отыскивать такую меру; а потому должна существовать некая общая наука, которая, не будучи зависимой ни от какого частного предмета, объясняла бы все то, что может быть обнаружено в связи с порядком и мерой, и эта самая наука должна называться не заимствованным именем, а уже сделавшимся старым, но вновь вошедшим в употребление именем всеобщей математики [*Mathesim universalem*], ибо в ней содержится все то, благодаря чему другие науки и называются частями математики

³ Если выполнить поиск по книгам раннего Нового времени, то легко обнаружить, что в эпоху А. ван Ромена чаще всего «королевой всех наук» (*omnium scientiarum regina*) называли теологию. Бельгийский математик этот титул приписал науке *mathesis* за более чем 200 лет до Гаусса, которого воспринимают как автора слов «математика – царица наук».

[Mathematicae]» [Декарт 1989, 90]. При этом Декарт не считал, что *mathesis universalis* охватывает абсолютно все научные дисциплины: «если бы слово “математика” [Matheseos] означало лишь то же самое, что и “дисциплина”, (все прочие) дисциплины назывались бы математическими [Mathematicae] с не меньшим правом, чем сама геометрия» [Декарт 1989, 90].

Декарт предполагал, что принципы этой универсальной математики согласуются с началами человеческого рассудка, и, поскольку, пользуясь этими ясными и простыми в понимании принципами, можно дедуктивно вывести положения частных дисциплин, то *mathesis* является наиболее ценным и полезным знанием. Согласно Декарту, древние мыслители, открыв такую фундаментальную форму знания, опасались того, что ею будут злоупотреблять, если она станет широко известна. Обществу предъявлялись вызывающие удивление изобретения, которые являлись результатом применения простых принципов *mathesis universalis*, но сами эти принципы, объясняющие процесс создания изобретений, скрывали. Примечательна двойственность в позиции Декарта: *mathesis universalis* является самым простым и полезным знанием, но при этом конкретных положений такой науки философ привести не мог. Двойственность, в общем-то, исторически характерна для большинства размышлений на тему взаимосвязи количественного и качественного: насколько нам кажется очевидным факт существования общей теории меры, которая объяснит свойства конкретных явлений, настолько неочевидным становится содержание этой теории.

Первым мыслителем, прямо утверждавшим, что существует исчисление, с помощью которого можно доказать любую истину, и последовательно пытавшимся разработать положения этого исчисления, стал Г.В. Лейбниц. Амбициозность своего замысла он не скрывал: «Всякий паралогизм станет не чем иным, как *ошибкой счета*, а *софизм*, выраженный в этом новом способе писания, будет не чем иным, как *солецизмом* или *варваризмом*, легко опровергаемым исходя из самих законов этой философской грамматики. В результате, когда возникали бы споры, нужда в дискуссии между двумя философами была бы не большей, чем между двумя вычислителями. Ибо достаточно было бы им взять в руки перья, сесть за свои счетные доски и сказать друг другу (как бы дружески приглашая): *давайте посчитаем!*» [Лейбниц 1984а, 497].

Над созданием исчисления рассуждений (*calculus ratiocinator*), которое Лейбниц также называл «универсальной характеристикой» (*characteristica universalis*), немецкий философ и математик работал всю жизнь («Мысль о всей важности этого дела я усвоил еще ребенком» [Лейбниц 1984а, 495]). В диссертации «Искусство комбинаторики» 20-летний Лейбниц ставил целью создание науки рассуждений, применимой во всех областях знания [Leibniz 1989]. Ключевую роль в этом проекте играет искусство комбинаторики, рассматриваемое как метод исчерпывающего определения всех возможных видов и случаев в любой концептуальной сфере путем систематического комбинирования ее базовых элементов. Лейбниц рассматривает сочетания (*complexio*) и перестановки (*situs*) как фундаментальные метафизические понятия, укорененные в отношениях целого и части, а математику – как науку о количестве или изменчивости таких отношений. Лейбниц демонстрирует применимость искусства комбинаторики в различных областях. В логике оно позволяет открывать виды и атрибуты вещей путем комбинирования простых терминов. В юриспруденции все возможные правовые случаи могут быть определены как комбинации базовых элементов: лиц, вещей, действий и прав. Даже теологию Лейбниц трактует как «своего рода особую юриспруденцию» или «публичное право Царства Божия», проводя параллели между теологическими и юридическими понятиями.

Проект универсальной характеристики не приобрел завершенной формы и не был Лейбницем последовательно, детально и всесторонне изложен в итоговой работе. Но существует целый ряд небольших работ, в которых философ представляет версии ключевых принципов исчисления (см., например: [Лейбниц 1984б; Лейбниц 1984в; Лейбниц 1984г; Лейбниц 1984д]). Если обобщить эти работы, то основные идеи универсального исчисления сводится к следующему.

1. Каждому простому понятию или термину сопоставляется уникальный знак – характер. В качестве таких знаков предлагают использовать числа. Разные понятия должны быть обозначены числами, не имеющими общих делителей, т.е. простыми числами.

2. Характер сложного понятия, составленного из нескольких простых, получается перемножением характеров этих простых понятий. Например, если «разумное» – 2, а «животное» – 3, то

«человек» как «разумное животное» будет $2 \times 3 = 6$. Порядок множителей не важен.

3. Всякое истинное утвердительное высказывание выражает отношение делимости между характеристиками субъекта и предиката. Для общеутвердительного высказывания характер субъекта должен делиться на характер предиката нацело. Для частноутвердительного – характер субъекта, умноженный на какое-то число, должен делиться на характер предиката.

4. В истинном отрицательном высказывании характеристики субъекта и предиката, взятые с разными знаками, имеют общий делитель (для общеотрицательного), либо характер субъекта не делится на характер предиката нацело (для частноотрицательного).

5. Выводы из данных посылок представляются в виде цепочки равенств и неравенств характеристик терминов, получаемых по правилам 3 и 4. Законы традиционной логики сводятся к свойствам делимости.

6. Тожественные понятия – это такие, характеристики которых могут быть подставлены друг вместо друга с сохранением истинности. Например, «треугольник» и «трехсторонник».

7. Род – общий атрибут нескольких видов. Видовое отличие – это прилагательное (характер), которое в сочетании с характером рода дает видовое понятие. Случайный признак – предикат, который может быть как утверждаемым, так и отрицаемым относительно субъекта.

Лейбниц признает, что отстаиваемый им метод может не позволять выводить истины ввиду ограниченности и недостоверности изначальных данных. Но в этом случае универсальная характеристика должна быть применена для исчисления степени вероятности того, что определенное предположение истинно, что тем самым позволит делать выбор в пользу наиболее разумных альтернатив в неточных дисциплинах и практической деятельности [Лейбниц 1984а, 496].

В перспективе Лейбниц рассматривал характеристику как основу для создания идеального «философского» языка, объединяющего достоинства естественных языков (многообразие выражения мыслей и чувств) и математической символики (точность и доказательность). Этот язык должен выражать «алфавит человеческих мыслей» [Лейбниц 1984а, 495], т.е. систему четко определенных базовых понятий, из комбинации которых можно было бы логически вывести истины всех наук.

Вместе с тем легко обнаружить ряд принципиальных недостатков и ограничений проекта Лейбница.

1. Если даже предположить, что универсальное исчисление удастся создать, оно не обязательно приведет к единственному логически допустимому варианту решения. В большинстве случаев существует множество логически непротиворечивых альтернатив, и выбор между ними осуществляется на основе дополнительных критериев: аксиологических, нравственных, эстетических и т.д. Сведение всех критериев к вопросам исчисления фактически означает редуцирование аксиологии, праксеологии, этики, эстетики к логике.

2. Лейбниц исходит из того, что противоречия обусловлены вопросами об истинности, в то время как в действительности большинство споров связаны с конфликтами интересов, несогласием относительно действий и поступков и т.д. Выбор образа действий не всегда продиктован логикой и в значительной степени является делом свободного решения, за которое человек несет ответственность.

3. Даже если универсальная характеристика позволит получать безошибочные ответы путем вычислений, такие вычисления могут оказаться настолько ресурсоемкими и длительными, что их практическая ценность будет ничтожна в сравнении с несовершенными, но практичными умозаключениями человеческого разума. Количество возможных комбинаций элементов растет экспоненциально с ростом их числа, и для многих реальных задач вычислительная сложность может оказаться запредельной даже для совокупных усилий всех людей и вычислительных машин.

4. Идея сопоставления понятий с числами сталкивается с проблемой различения количественных и качественных характеристик. Как в рамках одномерного числового ряда отличить число, означающее интенсивность некоторого качества, от числа, означающего другое качество? Лейбниц пытается отчасти решить эту проблему таким образом, что родовые качества обозначены только простыми числами. Но в любом случае умножение чисел – это новое составное понятие, а не интенсивность изначального.

Итак, проект Лейбница в его максималистской интерпретации представляется принципиально нереализуемым. Тем не менее вопрос о возможности создания исчисления понятий, способного

формализовать и алгоритмизировать вычисления перехода от одного истинного суждения к другому, остается открытым.

Математическая репрезентация естественного языка

У проекта универсальной характеристики Лейбница не было прямых продолжателей⁴. Но, будет продемонстрировано, что некоторые идеи Лейбница находят воплощение в настоящее время в технологиях обработки естественных языков, машинном обучении. Одна из главных проблем состоит в том, что поскольку числа отличаются друг от друга количественно, а понятия – качественно, то необходим метод, позволяющий учитывать одновременно качественные и количественные различия.

Значительным прогрессом на этом пути стало создание математического аппарата работы с векторами и матрицами. Концепция векторов (термин впервые предложен У.Р. Гамильтоном в середине XIX века) позволила представлять величины в многомерном пространстве и описывать отношения между ними [Александрова 2008, 23]. Дальнейшим развитием стала теория векторных пространств, обеспечившая возможность математического описания различных объектов и дифференциальных операций над ними. Теория матриц, разработанная А. Кэли и Дж.Дж. Сильвестром во второй половине XIX века, предоставила инструменты для удобного преобразования векторов, что привело к становлению линейной алгебры как самостоятельного раздела математики и ее широкому применению в различных областях науки и техники [Александрова 2008, 97]. Таким образом, векторы могут

⁴ После Лейбница, разумеется, предпринимались попытки создания универсальных логических систем. Среди наиболее значимых можно упомянуть «Систему логики» (1843) Дж.С. Милля [Милль 2011], «Математический анализ логики» (1847) и «Исследование законов мышления» (1854) Дж. Буля, «Исчисление понятий (Begriffsschrift)» (1879) Г. Фреге [Фреге 2000]. Однако для этих работ главным было совершенствование правил логического вывода. В отличие от проекта Лейбница, в них не ставилась задача сопоставления понятий с числами и получения новых понятий путем операций над этими числами. Идея Лейбница об отображении пространства понятий на математическое множество, как мы покажем далее, оказалась чрезвычайно плодотворной для развития современных технологий обработки естественного языка. Таким образом, то, что представлялось слабой стороной теории Лейбница в контексте логических исследований XIX и XX веков, стало прорывным на новом этапе технологического развития.

быть рассмотрены как «многомерные» числа (различные качества репрезентируются различными измерениями, а интенсивность качества – значением координаты вектора по этому измерению), а матрицы служат инструментом для операций с векторами, переходом от одного вектора к другому.

Тем не менее прошло более века, пока этот математический аппарат начали использовать для обработки естественного языка (natural language processing – NLP). Появление векторов слов (word embeddings) в начале 2000-х годов произвело революцию в том, как машины понимают и обрабатывают человеческий язык. основополагающие работы о векторном представлении слов опубликованы Й. Бенгио и его коллегами в 2003 году [Bengio et al. 2003], а затем развиты Т. Миколовым и др. в 2013 году, с введением моделей Word2Vec [Mikolov et al. 2013]. Этот прорыв в NLP тесно связан с идеями Лейбница о соотношении чисел со словами и получении новых значений с помощью математических операций. Векторы слов, такие как Word2Vec и GloVe [Pennington, Socher, Manning 2014], обучаются на больших корпусах текстовых данных с использованием нейронных сетей. Эти модели учатся представлять слова в виде векторов в непрерывном векторном пространстве, в котором семантически похожие слова располагаются близко друг к другу (имеют наименьшее косинусное расстояние). Процесс обучения включает в себя прогнозирование контекстных слов при заданном целевом слове или прогнозирование целевого слова при заданном контексте. Оптимизируя эти задачи прогнозирования, модели учатся улавливать дистрибутивную семантику слов, т.е. значение слова определено его окружением [Turney, Pantel 2010].

Одно из самых замечательных свойств векторов слов – их способность улавливать семантические и синтаксические отношения между словами. Например, векторное представление слова «король» минус вектор «мужчина» плюс вектор «женщина» дает вектор, наиболее близкий к вектору слова «королева». Это является близким идее Лейбница о понятии «человек» (представленном числом 6) как произведении слов «разум» (представленного числом 2) и «животное» (представленного числом 3). Но в качестве базового элемента вместо простых чисел (как это было в теории Лейбница) в NLP используются векторы, а в качестве базовой операции вместо умножения чисел – сложение

векторов, что позволило на практике реализовать выполнение арифметических операций над репрезентациями слов.

Технологии, основанные на векторной репрезентации слов, широко использовались в системах информационного поиска, в которых релевантность документов запросу определялась косинусным сходством между вектором запроса и векторами документов. Технология эмбедингов нашла применение и в системах машинного перевода. Сопоставление векторов слов для различных языков позволило обучить модели отображению перевода между векторными пространствами. Этот подход привел к созданию более точных и эффективных систем машинного перевода. Общее семантическое пространство, в котором близкие по смыслу слова из разных языков оказывались рядом, обеспечивало выбор более адекватных переводных эквивалентов на уровне лексики и синтаксиса [Ruder, Vulić, Søgaard 2019]. Векторные представления слов также нашли применение в задаче анализа тональности текста, цель которой – определить эмоциональную окраску (положительную, отрицательную или нейтральную) высказывания. Для этого слова представляли в виде векторов, а затем обучали классификаторы на текстах с заранее размеченной тональностью. В процессе обучения модели научились распознавать тональность новых, ранее не встречавшихся текстов на основе комбинации векторов составляющих их слов [Maas et al. 2011].

Несмотря на значительные достижения, достигнутые благодаря векторам слов, все еще оставались ограничения, которые необходимо было преодолеть. Одна из проблем – обработка многозначности слов, понимание слов, исходя из контекста длинного текста, из пресуппозиции его автора. Другим ограничением стало отсутствие очевидных возможностей рассуждения в моделях, основанных на векторах. Хотя векторы слов улавливали семантические отношения, это еще не позволяло генерировать текст, который бы выглядел как осмысленный, содержащий развитие идеи, подчиненный определенному сюжету. Следовательно, в реализации такой составляющей проекта Лейбница, как вывод через операции с математическими репрезентациями слов из одних истинных суждений других, значимого продвижения до конца 2010-х годов не было.

Возможно ли исчисление знаний?

Технология векторных представлений слов открыла новые возможности для обработки естественного языка, позволяя точнее, чем это было возможным другими методами, улавливать семантические отношения между словами. Однако для реализации идей Лейбница об универсальной характеристике требуется нечто большее, чем векторные представления, – нужен механизм исчисления рассуждений, позволяющий переходить от одних истинных суждений к другим с помощью строгих правил. Теоретически можно было бы предположить, что существует несколько направлений решения этой задачи. Во-первых, можно попытаться найти более сложные математические объекты, чем векторы, для представления сущностей и отношений между ними, такие, что даже простые операции (как умножение и деление у Лейбница) над ними будут порождать корректные умозаключения. Во-вторых, можно составить детальный список правил для разнообразных видов операций и через длинную цепочку этих операций получать векторы следствий из векторов посылок. На практике же движение к выводу рассуждений на основе математической репрезентации языка пошло по принципиально иному пути через использование искусственных нейронных сетей.

Значительным прорывом на пути к созданию систем, способных к генерации того, что подобно рассуждениям, стало изобретение архитектуры трансформеров⁵, основанной на механизме самовнимания (self-attention) [Vaswani et al. 2017]. Этот механизм позволяет моделировать зависимости между словами в предложении, вычисляя весовые коэффициенты их значимости. Благодаря self-attention можно получить более информативные контекстно-зависимые векторные представления слов, отражающие не только их индивидуальные значения, но и смысл более широкого контекста. Архитектура трансформеров использует self-attention для построения контекстных эмбедингов, которые затем обрабатываются нейросетями с прямой связью (feed-forward) для предсказания следующего слова [Radford et al. 2018]. Многослойная структура трансформера итеративно преобразует входные векторные представления в

⁵ Все современные наиболее сильные модели генеративного ИИ (ChatGPT, Google Gemini, GigaChat и др.) построены на архитектуре трансформеров.

выходные, позволяя генерировать связный и правдоподобный текст, который не всегда можно отличить от написанного человеком. Обучение моделей генеративного предобученного трансформера (generative pre-trained transformer – GPT) происходит на большом (до несколько триллионов слов) корпусе текстовых данных. В процессе обучения трансформер итеративно подстраивает свои внутренние параметры, чтобы минимизировать ошибку предсказания следующего слова.

Благодаря архитектуре трансформеров достигнута автоматизация вычисления значения параметров, позволяющих выводить одни предложения из других. Вместе с тем генерация текста основана на принципе максимизации правдоподобия, т.е. выбора наиболее вероятного продолжения последовательности элементов, исходя из паттернов, усвоенных из обучающих данных. Трансформеры не оперируют понятиями истинности и логической валидности, как это предполагалось в логическом исчислении Лейбница. Но принципиально возможны ли такая архитектура больших языковых моделей, такой метод машинного обучения, который откроет путь к реализации мечты об «исчислении рассуждений» (calculus ratiocinator)?

Однозначный ответ на этот вопрос отсутствует, но исследования в этой области проводятся. Одним из возможных направлений является интеграция в архитектуру нейронных сетей баз знаний в виде графов (knowledge graphs – KG). Например, в работе [Wang et al. 2021] авторы предлагают соединить языковую модель типа GPT со специальной разновидностью графа знаний, выражающей факты в триплетах «субъект – предикат – объект». Нейронная сеть при генерации последовательности на каждой итерации пытается предсказывать элементы графа знаний, тем самым порождая текст с большей вероятностью является фактологически достоверным.

Еще одним перспективным направлением является разработка нейросимволических архитектур, сочетающих возможности глубокого обучения и символьных систем рассуждения [Garcez & Lamb 2020]. Такие гибридные модели могли бы сочетать гибкость и обобщающую способность нейронных сетей с интерпретируемостью и строгостью логического вывода. Внимания заслуживают методы абдуктивного и индуктивного обучения, позволяющие языковым моделям приобретать новые знания из небольшого количества примеров по аналогии с тем,

как это делает человек [Brown et al. 2020]. Вместо заучивания статистических закономерностей на больших выборках такие модели должны уметь выводить общие правила и концепты из ограниченного опыта и применять их к новым ситуациям. Для реализации этой цели предлагаются специализированные архитектуры и методы обучения, направленные на улучшение способности языковых моделей к рассуждениям и индукции правил из примеров [Clark et al. 2020]. Один из вариантов состоит в том, чтобы вместо предсказания наиболее вероятных токенов обучать модель предсказывать символичные правила и аксиомы на логическом языке, которые объясняли бы имеющиеся факты. Затем эти правила можно использовать для получения новых выводов путем дедуктивных рассуждений. Изложенный подход сближает современные нейросетевые модели с идеей Лейбница о построении логического исчисления понятий.

Подводя итог, выделим несколько ключевых проблемных вопросов на пути к созданию полноценного исчисления знаний.

1. Возможно ли достичь объяснимости и интерпретируемости работы трансформеров, чтобы понимать, каким понятиям, отношениям и операциям соответствуют их векторные представления и внутренние параметры? Позволит ли это контролировать процесс вывода, анализировать промежуточные заключения, выявлять и исправлять ошибки в генерируемых утверждениях?

2. Можно ли разработать математические репрезентации связей, отношений между понятиями, чтобы автоматически их подбирать и настраивать в процессе обучения, подобно тому, как сегодня механизм самовнимания позволяет корректировать векторные представления слов с учетом контекста?

3. Если будет найден метод создания точных и полных математических репрезентаций смыслов и отношений между ними, то можно ли будет с помощью операций над этими репрезентациями выводить новые истинные утверждения без необходимости использования нейросетей? Иными словами, станет ли возможным исчисление рассуждений, основанное исключительно на математических преобразованиях символических выражений, как это предполагалось в проекте Лейбница? Если возможно, то такое исчисление будет применимым

лишь к определенным предметным областям или станет универсальным?

Несмотря на то, что вряд ли мы получим исчерпывающие ответы на эти вопросы, само по себе исследование возможностей и границ формализации мышления является важным стимулом развития когнитивных наук и философии, даже если в итоге будет доказана принципиальная невозможность сведения рассуждений к математическим операциям.

Заключение

В статье прослежена эволюция идеи соотнесения чисел и смыслов от нумерологических учений древности до современных моделей обработки естественного языка на основе векторных представлений и нейронных сетей. Нумерологические представления, идеи *mathesis universalis* были проявлением тысячелетней мечты человечества о выявлении скрытых свойств объектов через соотнесение их с числами и проведение операций с последними.

Вместе с тем, хотя идея математических вычислений над понятиями и их свойствами выглядит заманчивой, к максималистской программе ее реализации следует относиться с долей скептицизма. Во-первых, в определенной степени будущее носит конструктивный характер, знание – прескриптивный, а истина – субъективный. Вряд ли появится универсальный способ исчисления, позволивший бы выводить все возможные истины, поскольку они отчасти творятся самим человеком в процессе познания и деятельности.

Во-вторых, сведение всего многообразия познавательных практик к единой системе математических операций над смыслами чревато маргинализацией и обесцениванием практического знания, здравого смысла, мудрости, традиций философской рефлексии и духовного поиска. Даже самая совершенная модель формализации рассуждений не сможет заменить собой те смыслы, которые человек постигает, благодаря жизненному опыту.

В-третьих, чем больше мы полагаемся на исчисление свойств и отношений понятий, тем больше рискуем утратить присущую человеку свободу мышления и действия. Неведение, неполнота и неточность знания исторически формировали человека, многообразие его личности и культуру ответственности перед собой и другими.

ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Асмус 1975 – Асмус В.Ф. Платон. – М.: Мысль, 1975.

Александрова 2008 – Александрова Н.В. История математических терминов, понятий, обозначений: Словарь-справочник. – М.: Издательство ЛКИ, 2008.

Аристотель 1976 – Аристотель. Метафизика // Аристотель. Собрание сочинений: в 4 т. Т. 1. – М.: Мысль, 1976. С. 65–367.

Волошинов, Рязанова 2011 – Волошинов А.В., Рязанова Н.В. Пифагорейское учение о числе: генезис числа как объекта культуры // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2011. № 1 (52). С. 336–342.

Декарт 1989 – Декарт Р. Правила для руководства ума / пер. с лат. М.А. Гарнцева // Декарт Р. Сочинения: в 2 т. Т. 1 / сост., ред., вступ. ст. В.В. Соколова. – М.: Мысль, 1989. С. 77–153.

Лейбниц 1984а – Лейбниц Г.В. Об универсальной науке, или философском исчислении / пер. Г.Г. Майорова // Лейбниц Г.В. Сочинения: в 4 т. Т. 3 / ред. и сост. Г.Г. Майоров, А.Л. Субботин. – М.: Мысль, 1984. С. 494–500.

Лейбниц 1984б – Лейбниц Г.В. Элементы универсальной характеристики / пер. Н.А. Федорова // Лейбниц Г.В. Сочинения: в 4 т. Т. 3 / ред. и сост. Г.Г. Майоров, А.Л. Субботин. – М.: Мысль, 1984. С. 506–513.

Лейбниц 1984в – Лейбниц Г.В. Элементы исчисления / пер. Н.А. Федорова // Лейбниц Г.В. Сочинения: в 4 т. Т. 3 / ред. и сост. Г.Г. Майоров, А.Л. Субботин. – М.: Мысль, 1984. С. 514–522.

Лейбниц 1984г – Лейбниц Г.В. Элементы универсального исчисления / пер. Н.А. Федорова // Лейбниц Г.В. Сочинения: в 4 т. Т. 3 / ред. и сост. Г.Г. Майоров, А.Л. Субботин. – М.: Мысль, 1984. С. 523–532.

Лейбниц 1984д – Лейбниц Г.В. Добавления к опыту универсального исчисления / пер. Г.Г. Майорова // Лейбниц Г.В. Сочинения: в 4 т. Т. 3 / ред. и сост. Г.Г. Майоров, А.Л. Субботин. – М.: Мысль, 1984. С. 564–571.

Милль 2011 – Милль Дж.С. Система логики силлогистической и индуктивной: изложение принципов доказательств в связи с методами научного исследования / пер. с англ. под ред. В.Н. Ивановского; предисл. и прил. В. К. Финна. – М.: URSS, 2011.

Прокл 1994 – Прокл. Комментарий к Первой книге «Начал» Евклида. Введение / пер. Ю.А. Шичалина. – М.: Греко-латинский кабинет Ю.А. Шичалина, 1994.

Прокл Диадокх 2013 – Прокл Диадокх. Комментарий к первой книге «Начал» Евклида / пер. А.И. Щетникова. – М.: Русский фонд содействия образованию и науке, 2013.

Стюарт 2001 – *Стюарт М.Д.* Удивительное значение чисел и цветов в текстах Священных Писаний / пер. с англ. В.В. Монастыревой, М.В. Стеценко. – М.: Второе издание, 2001.

Фреге 2000 – *Фреге Г.* Исчисление понятий, язык формул чистого мышления, построенный по образцу арифметического // *Фреге Г.* Логика и логическая семантика / пер. с нем. Б. В. Бирюкова под ред. З.А. Кузичевой. – М.: Аспект Пресс, 2000. С. 65–142.

Bengio et al. 2003 – *Bengio Y., Ducharme R., Vincent P., Janvin C.* A Neural Probabilistic Language Model // *The Journal of Machine Learning Research.* 2003. Vol. 3. P. 1137–1155.

Bonner 2007 – *Bonner A.* The Art and Logic of Ramon Llull. – Leiden: Brill, 2007.

Brown et al. 2020 – *Brown T.B., Mann B., Ryder N., Subbiah M., Kaplan J., Dhariwal P., et al., Amodei D.* Language Models Are Few-Shot Learners // *Advances in Neural Information Processing Systems.* 2020. Vol. 33. P. 1877–1901.

Clark et al. 2020 – *Clark P., Tafford O., Richardson K.* Transformers as Soft Reasoners over Language // *Proceedings of the Twenty-Ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI* / ed. by C. Bessiere. – Freiburg: IJCAI, 2020. P. 3882–3890.

Garcez, Lamb 2020 – *Garcez A.D.A., Lamb L.C.* Neurosymbolic AI: The 3rd Wave // *Artificial Intelligence Review.* Vol. 56. No. 11. P. 12387–12406.

Gregory 2015 – *Gregory A.D.* The Pythagoreans: Number and Numerology // *Mathematicians and their Gods* / ed. by S. Lawrence, M. McCartney. – Oxford: Oxford University Press, 2015. P. 21–50.

Guenon 1996 – *Guenon R.* The Esoterism of Dante. – Ghent: Sophia Perennis et Universalis, 1996.

Leibniz 1989 – *Leibniz G.W.* Dissertation on the Art of Combinations, 1666 (Selections) // *Leibniz G.W.* Philosophical Papers and Letters: A Selection / trans. by L.E. Loemker. 2nd ed. – Dordrecht: Kluwer, 1989. P. 73–84.

Lundy et al. 2010 – *Lundy M., Sutton D., Ashton A., Martineau J.* Quadrivium: The Four Classical Liberal Arts of Number, Geometry, Music, & Cosmology. – New York: Bloomsbury, 2010.

Maas et al. 2011 – *Maas A.L., Daly R.E., Pham P.T., Huang D., Ng A.Y., Potts C.* Learning Word Vectors for Sentiment Analysis // *Proceedings of the 49th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies* / ed. by D. Lin, Y. Matsumoto, R. Mihalcea. – Portland, OR: Association for Computational Linguistics, 2011. P. 142–150,

Mikolov et al. 2013 – *Mikolov T., Chen K., Corrado G., Dean J.* Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space // *arXiv preprint.* 2013. arXiv:1301.3781.

Pennington et al. 2014 – *Pennington J., Socher R., Manning C.D.* Glove: Global Vectors for Word Representation // *Proceedings of the 2014 Confer-*

ence on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP) / ed. by A. Moschitti, B. Pang, W. Daelemans. – Stroudsburg, PA: Association for Computational Linguistics, 2014. P. 1532–1543.

Radford et al. 2018 – Radford A., Narasimhan K., Salimans T., Sutskever I. Improving Language Understanding by Generative Pre-Training. – URL: https://cdn.openai.com/research-covers/language-unsupervised/language_understanding_paper.pdf

Ruder, Vulić, Søgaard 2019 – Ruder S., Vulić I., Søgaard A. A Survey of Cross-Lingual Word Embedding Models // Journal of Artificial Intelligence Research. Vol. 65. P. 569–631.

Turney, Pantel 2010 – Turney P.D., Pantel P. From Frequency to Meaning: Vector Space Models of Semantics // Journal of Artificial Intelligence Research. 2010. Vol. 37. P. 141–188.

Vaswani et al. 2017 – Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A.N., Kaiser Ł. Polosukhin I. Attention Is All You Need // Advances in Neural Information Processing Systems. Vol. 30: NIPS 2017.

Wang et al. 2021 – Wang X., Gao T., Zhu Z., Zhang Z., Liu Z., Li J., Tang J. KEPLER: A Unified Model for Knowledge Embedding and Pre-Trained Language Representation // Transactions of the Association for Computational Linguistics. 2021. Vol. 9. P. 176–194.

Weber 1964 – Weber J.-P. La constitution du texte des *Regulae*. – Paris: Société d'Édition d'Enseignement Supérieur, 1964.

REFERENCES

Aleksandrova N.V. (2008) *History of Mathematical Terms, Concepts, and Notations: Dictionary-Reference*. Moscow: LKI Publishing House (in Russian).

Aristotle (1976) *Metaphysics*. In: Aristotle. *Collected Works* (Vol. 1, pp. 65–367). Moscow: Mysl' (Russian translation).

Asmus V.F. (1975) *Plato*. Moscow: Mysl' (in Russian).

Bengio Y., Ducharme R., Vincent P., & Janvin C. (2003) A Neural Probabilistic Language Model. *The Journal of Machine Learning Research*. Vol. 3, pp. 1137–1155.

Bonner A. (2007) *The Art and Logic of Ramon Llull*. Leiden: Brill.

Brown T.B., Mann B., Ryder N., Subbiah M., Kaplan J., Dhariwal P., et al., & Amodei D. (2020) Language Models Are Few-Shot Learners. *Advances in Neural Information Processing Systems*. Vol. 33, pp. 1877–1901.

Clark P., Tafjord O., & Richardson K. (2020) Transformers as Soft Reasoners over Language. In: Bessiere C. (Ed.) *Proceedings of the Twenty-Ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI* (pp. 3882–3890). Freiburg: IJCAI.

Descartes R. (1989) Rules for the Direction of the Mind (M.A. Garntsev, Trans.). In: Descartes R. *Works* (Vol. 1, pp. 77–153). Moscow: Mysl' (Russian translation).

Frege G. (2000) Conceptual Notation: A Formula Language of Pure Thought, Modelled upon that of Arithmetic (B.V. Biryukov, Trans.). In: Frege G. *Logic and Logical Semantics* (pp. 65–142). Moscow: Aspekt Press (Russian translation).

Garcez A.D.A. & Lamb L.C. (2020) Neurosymbolic AI: The 3rd Wave. *Artificial Intelligence Review*. Vol. 56. No. 11, pp. 12387–12406.

Gregory A.D. (2015) The Pythagoreans: Number and Numerology. In: Lawrence S. & McCartney M. (Eds.) *Mathematicians and their Gods* (pp. 21–50). Oxford: Oxford University Press.

Guenon R. (1996) *The Esoterism of Dante*. Ghent: Sophia Perennis et Universalis.

Leibniz G.W. (1984a) On the Universal Science or Philosophical Calculus (G.G. Maiorov, Trans.). In: Leibniz G.W. *Works* (Vol. 3, pp. 494–500). Moscow: Mysl' (Russian translation).

Leibniz G.W. (1984b) Elements of Universal Characteristics (N.A. Fedorov, Trans.). In: Leibniz G.W. *Works* (Vol. 3, pp. 506–513). Moscow: Mysl' (Russian translation).

Leibniz G.W. (1984c) Elements of Calculus (N.A. Fedorov, Trans.). In: Leibniz G.W. *Works* (Vol. 3, pp. 514–522). Moscow: Mysl' (Russian translation).

Leibniz G.W. (1984d) Elements of Universal Calculus (N.A. Fedorov, Trans.). In: Leibniz G.W. *Works* (Vol. 3, pp. 523–532). Moscow: Mysl' (Russian translation).

Leibniz G.W. (1984e) Additions to the Experiment of Universal Calculus (G.G. Maiorov, Trans.). In: Leibniz G.W. *Works* (Vol. 3, pp. 564–571). Moscow: Mysl' (Russian translation).

Leibniz G.W. (1989) Dissertation on the Art of Combinations, 1666 (Selections) (L.E. Loemker, Trans.). In: Leibniz G.W. *Philosophical Papers and Letters: A Selection* (2nd ed., pp. 73–84). Dordrecht: Kluwer.

Lundy M., Sutton D., Ashton A., & Martineau J. (2010) *Quadrivium: The Four Classical Liberal Arts of Number, Geometry, Music, & Cosmology*. New York: Bloomsbury.

Maas A.L., Daly R.E., Pham P.T., Huang D., Ng A.Y., & Potts C. (2011) Learning Word Vectors for Sentiment Analysis. In: Lin D., Matsumoto Y., & Mihalcea R. (Eds.) *Proceedings of the 49th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies* (pp. 142–150). Portland, OR: Association for Computational Linguistics.

Mikolov T., Chen K., Corrado G., & Dean J. (2013) Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space. *arXiv preprint*. arXiv:1301.3781.

Mill J.S. (2011) *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive: Being a Connected View of the Principles of Evidence and the Methods of Scientific Investigation* (V.N. Ivanovsky, Trans.; V.K. Finn, Ed. & Intro.). Moscow: URSS (Russian translation).

Pennington J., Socher R., & Manning C.D. (2014) Glove: Global Vectors for Word Representation. In: Moschitti A., Pang B., & Daelemans W. (Eds.) *Proceedings of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP)* (pp. 1532–1543). Stroudsburg, PA: Association for Computational Linguistics, 2014.

Proclus (1994) *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements. Introduction* (Yu.A. Shichalin, Trans.). Moscow: Greco-Latin Cabinet of Yu.A. Shichalin (Russian translation).

Proclus Diadochus (2013) *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements* (A.I. Shchetnikov, Trans.). Moscow: Russian Foundation for the Promotion of Education and Science (Russian translation).

Radford A., Narasimhan K., Salimans T., & Sutskever I. (2018) *Improving Language Understanding by Generative Pre-Training*. Retrieved from https://cdn.openai.com/research-covers/language-unsupervised/language_understanding_paper.pdf

Ruder S., Vulić I., & Søgaard A. (2019) A Survey of Cross-Lingual Word Embedding Models. *Journal of Artificial Intelligence Research*. Vol. 65, pp. 569–631.

Stewart M.D. (2001) *The Amazing Significance of Numbers and Colors in the Sacred Scripture Texts* (V.V. Monastyreva & M.V. Stetsenko, Trans.). Moscow: Vtoroye izdanie (Russian translation).

Turney P.D. & Pantel P. (2010) From Frequency to Meaning: Vector Space Models of Semantics. *Journal of Artificial Intelligence Research*. Vol. 37, pp. 141–188.

Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A.N., Kaiser Ł., & Polosukhin I. (2017) Attention Is All You Need. *Advances in Neural Information Processing Systems*. Vol. 30: NIPS 2017.

Voloshinov A.V. & Ryazanova N.V. (2011) Pythagorean Doctrine of Number: The Genesis of Number as an Object of Culture. *Bulletin of the Saratov State Technical University*. No. 1, pp. 336–342 (in Russian).

Wang X., Gao T., Zhu Z., Zhang Z., Liu Z., Li J., & Tang J. (2021) KEPLER: A Unified Model for Knowledge Embedding and Pre-Trained Language Representation. *Transactions of the Association for Computational Linguistics*. Vol. 9, pp. 176–194.

Weber J.-P. (1964) *La constitution du texte des Regulæ*. Paris: Société d'Édition d'Enseignement Supérieur.