ПРОЕКТ ИСЧИСЛЕНИЯ ФОРМ: ПОПЫТКА ПЕРЕОСМЫСЛЕНИЯ*

В.И. МОИСЕЕВ

Исчисление форм: основные идеи

В этой статье я хотел бы отозваться на одно достаточно известное на Западе философско-математическое направление, которое носит название «исчисление форм». Основоположником этого направления считается британский математик и логик Дж. Спенсер-Браун, который в 1969 г. опубликовал книгу «Законы формы»[1]. В этой работе он предложил вариант некоторого первичного знакового исчисления, которое, с его точки зрения, является фундаментальным для разного рода рациональных традиций в науке и философии. Под «формой» в этом случае понимается объект (денотат), который обозначен тем или иным выражением в исчислении форм. Позднее было показано, что в качестве семантики спенсер-брауновского варианта исчисления форм может выступить простейшая булева алгебра на двух элементах: 1 и 0.

Идея исчисления форм оказалась привлекательной и продолжила свое развитие в исследованиях последующих ученых. В частности, можно указать на работы австрийского физика и математика Хайнца фон Фёрстера (Heinz von Foerster), который предложил рассматривать варианты исчисления форм в приложении к субъектным[2] структурам. Была выдвинута идея, что первичной средой бытия оказывается среда сознания, которая постепенно дифференцируется и интегрируется, и в ней выделяются области устойчивости и инвариантности, которые выражают ту или иную «реальность»[3]. Это могут быть объекты внешнего мира и образования сознания.

Фон Фёрстер предположил, что формирование реальности в первичной субъектной среде может быть выражено как решение задач вида $f(x) = x$ – так называемых *задач на собственные значения* оператора f. Тот x, который оставляется оператором f неизменным, выражает разного рода реальность в субъектной среде, а сам оператор f представляет некоторую субъектную активность. Фон Фёрстер выдвинул идею «кибернетики 2-го порядка» («кибернетики-2»), которая должна строиться как версия исчисления субъектных форм с субъектными операторами и задачами для них на собственные формы[4]. В частности, в кибернетике-2 должны возникнуть средства, позволяющие включить субъекта исследования в состав той теории, которую он использует. В этом смысле кибернетика-2 получила дополнительный

* Работа выполнена в рамках проекта Российского гуманитарного научного фонда (РГНФ) «Постнеклассическая интегральная философия: образы социального протокода», грант № 14-03-00825.

рефлексивный смысл самореферентного знания – знания, обращенного на себя и своего субъекта.

Соединение исчисления форм и задач на собственные значения придало новый импульс развития этому направлению, которое затем разрабатывалось рядом исследователей, в частности Луисом Хиршем Кауффманом (Louis Hirsch Kauffman), приводящим множество остроумных задач на собственные формы для решения тех или иных философских проблем[5].

Форма как абстрактная структура

Отзываясь на столь интересное направление «исчисления форм», мне хотелось бы сделать определенный шаг, чтобы эти идеи еще раз прозвучали в отечественной традиции философско-логической мысли, и, отчасти, попытаться более широко осмыслить этот феномен, соотнося его с собственными исследованиями в так называемой «философии неовсеединства»[6].

В первую очередь хотелось бы произвести сопоставление с понятием «формы». Понимая, что здесь существует давняя метафизическая традиция, восходящая еще к древнеиндийской и античной философии, я предлагаю остановиться на более операциональном определении понятия формы, которое вполне соответствует духу логико-философской стилистики «исчисления форм».

Отталкиваясь от структуралистской методологии математики, можно в общем случае называть формой *абстрактную структуру*, которая представляет собой единство некоторого множества элементов M, заданных на этих элементах функций f из множества функций F и предикатов p из семейства предикатов P. Предполагается также создание своего языка L, в рамках которого строится теория T структуры S. Это вполне стандартное определение структуры, восходящее к теоретико-множественным основаниям математики. Абстрактность структуры S предполагает, что в первую очередь элементы множества M не являются эмпирически наблюдаемыми, но представляют собой чистые абстракции. Таковы, например, натуральные числа как идеальные объекты. То же требование абстрактности применимо в этом случае и для множеств функций F и предикатов P[7].

В отличие от абстрактной структуры S, могут существовать разного рода *эмпирические структуры*, в которых, по крайней мере, множество элементов M_e представляет собой множество эмпирических объектов, способных наблюдаться внешними органами чувств[8]. Обычно для абстрактной структуры S существует множество эмпирических структур S_e, которые по крайней мере частично подобны S, или, как говорят в математике, *гомоморфны* S.

Например, то же абстрактное множество натуральных чисел с операциями сложения, умножения и т.д. может быть частично реализовано при счете на множестве эмпирических объектов – яблок, деревьев и т.д. В отличие от абстрактной теории натурального числа, эмпирическая структура будет содержать лишь конечное число эмпирических элементов и окажется только частично подобной (гомоморфной) абстрактной структуре.

В общем случае наличие гомоморфных эмпирических реализаций S_e для абстрактных структур S составляет основу *эмпирической приложимости* абстрактных (чистых) структур к эмпирической реальности.

Рассматривая некоторую эмпирическую структуру S_e, мы можем под *формой* этой структуры понимать абстрактную структуру S, которая находится в гомоморфном отношении с S_e. Саму эмпирическую структуру S_e можно в этом случае, вполне в духе Аристотеля, понимать как *сущее* – единство формы и материи. Под *материей* структуры S_e можно понимать множество M_e – множество эмпирических элементов структуры S_e.

В этом случае, возвращаясь к идеям исчисления форм, можно вполне в духе присущего ему философско-математического структурализма предполагать, что в качестве *форм* здесь понимаются разного рода абстрактные (чистые) структуры S, которые могут быть абстрагированы из разного рода эмпрических сущих S_e.

Холоформа и мероформа

Следующий момент, на который хотелось бы обратить внимание, состоит в том, что в общем случае форма может определяться двояко:

- как некоторое *дифференцированное целое* (*многоединство*) на определенном множестве элементов, что вполне соответствует идее структуры как множества элементов M, интегрированного разного рода операциями f и предикатами p. В этом случае форма порождается как бы «снизу вверх» – от множества элементов к разного рода единствам на этих элементах. Такое понимание формы можно называть *холоформой* – формой, порожденной как целое (от греч. «холос») на своих элементах;
- как некоторая *часть* надстоящего целого. В этом случае форма как бы «вырезается» из целого наложением некоторых «надрезов-границ», которые отделяют данное от иного, как бы «рассекая-дифференцируя» некоторый единый фон бытия. В этом случае определить форму означает задать ту *архитектуру границ*, наложением которой на единое получается данная форма. Такое понимание формы можно было бы назвать *мероформой* – формой, порожденной как часть (греч. «мерос») некоторого вышестоящего целого-единого.

Конечно, эти два понимания формы не являются исключающими, они друг друга дополняют. Одна и та же форма является и целым на некоторых элементах, и частью объемлющей целостности. Другое дело, что в рамках того или иного теоретического подхода, исследующего феномен формы (например, в исчислении форм), может делаться акцент в большей степени на холистические или мереологические определения формы, что требует самостоятельного исследования и обоснования.

Аксиоматика исчисления форм

Чтобы определить, какого рода понимание формы присуще исчислению форм, давайте вкратце обратимся к версии этого исчисления, предложенной Спенсером-Брауном.

В своем исчислении он использует один первичный знак «угол», который означает идею «различия» (distinction) – как бы некоторую границу, которая отделяет данное от иного. «Угол» – это половина границы квадрата, его верхняя и правая стороны. Поэтому угол символизирует здесь всю границу, в общем случае не обязательно квадрата, но некоторый несамопересекающийся замкнутый контур (поверхность), который делит плоскость (пространство) на внутреннюю и внешнюю область. Такого рода образ вполне соответствует идее наложения границ на некоторый первоначальный фон, что позволяет предположить концепт мероформы.

В то же время в исчислении форм Спенсера-Брауна есть операция *конкатенации*, расположения друг за другом уже построенных выражений. Она интерпретируется как булево сложение (дизъюнкция в логике). Это момент композиции более интегральных форм из более элементарных, что выражает концепт холоформы.

В целом в исчислении форм, по Спенсеру-Брауну, можно найти моменты и меро-, и холоформы, координируемые совместно в более полном образе формы[9].

Дальнейшее исследование версии исчисления форм у Спенсера-Брауна только еще более подтверждает такую догадку.

В своем исчислении форм Спенсер-Браун использует две основные аксиомы, которые определяют базовые правила оперирования с «углом».

Аксиома 1. The law of Calling (Закон именования)[10]: два угла, идущие друг за другом, дают один угол.

Аксиома 2. The law of Crossing[11] (Закон пересечения): угол в угле есть пустота.

Отсюда мы, кстати, видим, что изначально используется еще один знак – это пустота.

При булевой интерпретации одному углу ставится в соответствие булева единица 1 («истина» в логике высказываний), а пустоте – булев ноль 0 («ложь» в логике высказываний). Угол в угле интерпретируется как отрицание 1, т.е. как 0. Один угол в этом случае оказывается отрицанием пустоты, т.е. нуля 0, т.е. это 1.

В этом случае мы видим, что угол играет роль операции отрицания того, что стоит под углом. Таким образом, значение угла – это не просто граница, но процесс *пересечения границы*, т.е. выхода из внутренней отграниченной области во внешнюю.

Исчисление форм как полярная логика

В одной из моих работ[12] была построена так называемая *полярная логика*, которая оперирует понятием *полярностей* – некоторых контрастных элементов булевой алгебры. В этом случае *базисными полярностями* можно называть множество ненулевых элементов, которые не пересекаются между собой, и их булева сумма равна 1 – булевой единице. Минимальная булева алгебра с нулем 0 и единицей 1 представляет собой *одномерную* полярную логику ПЛ1 с одной базисной полярностью 1.

В этом случае *на исчисление форм Спенсера-Брауна можно посмотреть как на простейшую версию одномерной полярной логики ПЛ1, в которой базовая операция угла играет роль взятия следующей полярности*.

В общем случае понятие полярности может быть расширено на все элементы полярной логики, и можно ввести операцию взятия следующей полярности для базисных полярностей.

При такой трактовке исчисление форм Спенсера-Брауна может быть обобщено до *n*-мерной полярной логики ПЛ*n*, для чего нужно будет обобщить лишь вторую аксиому.

Аксиома 2(n). The law of (*n*+1)-Crossing: взятие (*n*+1) углов, вложенных друг в друга, дает пустоту.

Полярная логика позволяет оперировать понятиями полярностей – контрастных определенностей – и строить своего рода *полярные портреты* разного рода определенностей. Именно этим занималась немецкая классическая диалектика в лице Фихте, Шеллинга и Гегеля – как наиболее выдающихся своих представителей. Диалектическая логика в этой школе может быть представлена как двумерная полярная логика ПЛ2, в которой фигурируют две базисные полярности T («тезис») и A («антитезис»), объединяемые в булев максимум («синтез») $1 = T + A$. Особенность немецкой диалектики состоит лишь в том, что здесь используется *многоуровневая* двумерная полярная логика, когда «синтез» предыдущего уровня представляется как «тезис» вышележащего уровня.

Следует также заметить, что каждая базисная полярность в многомерной полярной логике получается как результат ограничения булева максимума 1. Что же касается композиции базисных полярностей, то здесь мы видим как момент холоформы в лице собирания более интегральной полярности из более элементарных, так и момент мероформы – как результата ограничения относительно булева максимума 1.

В целом расширение исчисления форм до *n*-мерной полярной логики ПЛ*n* ставит задачу *построения полярных портретов различных форм*, в которых органично взаимодействуют меро- и холоформа[13]. Момент холоформы выражает аспект композиции более интегральных полярностей из более элементарных, в то время как аспект мероформы выражает данную полярность как некоторый вид ограничения относительно максимальной полярности 1.

Теперь соединим идею структурного представления формы и полярной трактовки исчисления форм. В итоге возникает *методология построения полярных портретов абстрактных структур*, когда те или иные чистые структуры (формы) должны будут представляться в качестве композиционных полярностей относительно некоторых базисных структур. На множестве базисных структур должна быть воспроизведена многомерная полярная логика, в качестве булевой единицы (максимальной полярности) которой выступит некоторая *суперструктура* — полярная сумма всех базисных структур[14].

Так можно было бы в более расширенном и свободном стиле понимать современные задачи исчисления форм.

К исчислению субъектных форм

Еще один важный аспект исчисления форм связан с задачами на собственные формы, которые, как уже отмечалось, связывались основоположниками этого направления с идеями некоторой первичной субъектной среды и действующими в ней операторами.

Такого рода поворот в исчислении форм выражает идею определенной специфики рассматриваемых абстрактных структур. А именно, в качестве чистых структур должны рассматриваться *субъектные структуры*, т.е. разного рода конструктивные средства выражения феномена субъектности и его активности.

С нашей точки зрения, такую субъектную линию в исчислении форм удобно было бы связать с моделью *субъектных онтологий* — такого представления структуры бытия, в которой рядоположенно друг с другом находятся регионы внешнего и внутреннего мира[15]. Подобные модели близки к конструкциям *рефлексивных онтологий* В.А. Лефевра, который в своем раннем творчестве использовал математику так называемых *рефлексивных полиномов*[16].

Язык рефлексивных полиномов — это также своеобразный вариант *исчисления рефлексивных форм*, который можно активно использовать и развивать в построении субъектной линии исчисления форм.

В общем случае здесь можно было бы отталкиваться от следующей общей схемы.

Типичная и наиболее дифференцированная структура субъектной онтологии представляет собой булеву структуру на множестве *онтологических регионов*. Здесь можно выделить *регион внешнего мира* и *общий регион внутреннего мира*, в составе которого могли бы выделяться регионы более *частных внутренних миров*.

На регионах могут быть определены операции булева сложения и умножения. Регионы внешнего и внутреннего мира считаются не пересекающимися. В регионе внешнего мира могут находиться тела (телесные регионы), в том числе тела для некоторых внутренних миров. Единство тела и внутреннего мира образует живое существо (субъекта).

Далее на регионах субъектной онтологии можно определить ряд операторов. В первую очередь это *операторы рефлексии* и *эмпатии*.

Оператор рефлексии сопоставляет субъектной онтологии булево-изоморфный ей регион внутреннего мира в другой онтологии. Оператор эмпатии является обратным к оператору рефлексии.

Операторы рефлексии и эмпатии являются частными случаями булевых изоморфизмов на регионах субъектных онтологий. В общем случае мы можем предполагать более общее семейство таких взаимно-однозначных отображений, которые сохраняют булеву структуру регионов субъектных онтологий. Я буду называть их *рефлексивно-булевыми изоморфизмами*. Например, кроме операторов рефлексии и эмпатии, могут быть определены булевы изоморфизмы на субъектных онтологиях в целом и т.д.

Используя рефлексивно-булевы изоморфизмы (*РБ-изоморфизмы*) на субъектных онтологиях, мы могли бы ввести идею *рефлексивно-булевых инвариант*(*РБ-инвариант*) субъектных онтологий – по той же методике, которая практикуется в случае векторно-тензорных инвариант в математике.

Регионы онтологии играют роль своего рода *систем отсчета*, инварианты – роль, аналогичную векторам (тензорам), а представления инвариант в тех или иных регионах – роль своего рода покоординатных представлений векторов (тензоров) в соответствующих системах отсчета.

Точно так же, как на векторах можно определить инвариантные операции, которые будут изоморфно транслироваться в соответствующие операции на координатных представлениях векторов в каждой системе отсчета, можно было бы определить инвариантные операции на рефлексивно-булевых инвариантах.

Рефлексивно-булевы инварианты играют важную роль в структурах субъектных онтологий, поскольку они выражают разные виды *реальности* в этих онтологиях. *Реально то, что представляет собой инварианты разного рода трансформаций на онтологиях*. Такова общая идея, которая может быть распространена как на реальность структур внешнего и внутреннего мира в отдельности («внешняя и внутренняя реальность»), так и на реальность интегральных образований внешне-внутреннего мира («внешне-внутренняя реальность»).

Следует заметить, что булева структура на регионах субъектной онтологии – это одна из математических структур. В качестве ее элементов выступают регионы, на которых заданы булевы операции и отношения. Далее может быть определена более интегральная структура, включающая в себя рефлексивно-булевы инварианты, их представления в регионах, рефлексивно-булевы изоморфизмы и т.д.

Рассматривая подобные структуры в абстрактном смысле, мы получаем вполне субъектные формы, и даже более того, – *субъект-объектные формы*, поскольку здесь представлены регионы и внутреннего, и внешнего мира.

Теорема равносильности

Используя проективно-модальные конструкции, можно доказать замечательную теорему о равносильности задач на инвариантность (симметрию) и на собственное значение[17].

Теорема равносильности (симметрии и собственноформности). Задача на симметрию может быть переформулирована как задача на собственную форму, и наоборот.

Применяя эту теорему к рефлексивно-булевым инвариантам в субъектных онтологиях, можно утверждать, что все такого рода инварианты одновременно могут быть представлены как решения задач на собственную форму. Группа преобразований симметрии будет представлена в этом случае *рефлексивно-булевой группой* – группой рефлексивно-булевых изоморфизмов между регионами субъектных онтологий[18]. Подобная математическая структура могла бы рассматриваться как своеобразная версия *субъектно-социального протокода* – фундаментальной знаковой системы, средствами которой можно выражать базовые конструкции субъектности и социальности.

Так мы в определенной мере решаем задачу, сформулированную фон Фёрстером, – представить виды реальности в субъектной среде в качестве решений задач на собственные значения. Только в нашем случае мы расширяем регионы реальности за границы субъектности (региона внутреннего мира), формулируя общую задачу субъект-объектных (внешне-внутренних) видов реальности в составе интегральной регионалики субъектных онтологий.

Заключение

Подводя итог, мы видим проект исчисления форм как

– методологию рациональной философской традиции, оперирующую понятием формы как абстрактной структуры,

– проект построения полярных портретов структур в рамках композиции из более элементарных базисных структур (момент холоформы) и ограничения некоторой суперструктуры (момент мероформы),

– методологию работы с булевыми структурами субъектных онтологий и рефлексивно-булевыми изоморфизмами на регионах этих онтологий, благодаря чему можно ввести представление о реальности как рефлексивно-булевых инвариантах и показать равносильность задач на симметрию и собственноформность.

При такой интерпретации, как нам представляется, проект исчисления форм получает новый импульс к развитию, своего рода «второе дыхание», и может быть истолкован как проект развития своеобразной версии теоретической и даже математической философии.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] См.: *Spencer-Brown G.* Laws of Form. – L.: George Allen and Unwin Ltd., 1969.

[2] Термин «субъектный» несет в данном случае онтологическую нагрузку и означает «относящийся к субъектам, живым существам». В таком смысле его следует отличать от гносеологического термина «субъективный», т.е. случайно истинный или ложный.

[3] См., например: *Foerster H. von.* Objects: tokens for (eigen-) behaviors, in Observing Systems // The Systems Inquiry Series. Intersystems Publications. 1981. P. 274 – 285.

[4] *Собственная форма* в данном случае – это собственное значение x в уравнении $f(x)=x$, которое одновременно является формой, т.е. денотатом в исчислении форм.

[5] См.: *Kauffman L.H.* Eigenform. Proceedings of the 51st Annual Meeting of the ISSS. Papers: 51st Annual Meeting. – URL: http://journals.isss.org/index.php/proceedings51st/article/view/811

[6] В рамках моих исследований развивается проект так называемой «философии неовсеединства» – философского замысла продолжения и развития на материале современной культуры идей русской философии всеединства, основанной В.С. Соловьевым (см.: *Моисеев В.И.* Логика открытого синтеза. В 2 т. Т. 1. Структура. Природа. Душа. Кн. 1 – 2. – СПб.: Міръ, 2010; *Моисеев В.И.* Человек и общество: образы синтеза. В 2 т. – М.: Навигатор, 2012).

[7] Понимая под формой абстрактную структуру $S = <M,F,P>$, можно было бы множество M абстрактных элементов интерпретировать как момент материи в форме, как своего рода *формальную материю.*

[8] См. также: *Моисеев В.И.* Философия науки. Философские проблемы биологии и медицины. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2008. С. 14 – 22.

[9] Правда, стоит отметить, что в силу представления исчисления форм Спенсера-Брауна в виде минимальной булевой алгебры на 0 и 1, семантически здесь имеется лишь одна ненулевая форма 1, которая сама себе и часть, и целое. Но синтаксически, на уровне *выражений* исчисления форм, можно говорить о различных целых, частях и их отношениях.

[10] Буквально «Закон именования (называния)»: назвать дважды одно и то же – все равно, что назвать его один раз.

[11] «Закон пересечения (границы)»: дважды пересечь границу (туда и обратно) – то же, что вообще ее не пересекать.

[12] См.: *Моисеев В.И.* Логика открытого синтеза. Т. 1. С. 644 – 690.

[13] Примеры построения полярных портретов см.: *Моисеев В.И.* Логика открытого синтеза. Т. 1. С. 494 – 513.

[14] Идея суперструктуры не предполагает, что уже сейчас должна быть сформулирована самая богатая структура, сужением которой можно получить все иные структуры. Достаточно рассматривать идею *относительной суперструктуры* – наиболее богатой структуры относительно некоторого класса структур. Например, множество вещественных чисел – это суперструктура для всех своих сужений: множества натуральных, целых, рациональных чисел и т.д.

[15] См.: *Моисеев В.И.* Логика открытого синтеза. Т. 1. С. 432 – 449.

[16] См.: *Лефевр В.А.* Конфликтующие структуры. 2-е изд. – М.: Советское радио, 1973.

[17] См.: *Моисеев В.И.* Логика открытого синтеза. Т. 1. С. 221 – 309.

[18] По-видимому, в этом случае можно говорить и об определении специальной категории (в смысле математической теории категорий), которую можно было бы называть *категорией субъектных онтологий*.

REFERENCES

Foerster H. Objects: tokens for (eigen-) behaviors, in Observing Systems // The Systems Inquiry Series, Intersystems Publications (1981).

Kauffman L.H. Eigenform. Proceedings of the 51st Annual Meeting of the ISSS, Papers: 51st Annual Meeting. http://journals.isss.org/index.php/proceedings51st/article/view/811

Lefevr V.A. Konfliktuyuschiye struktury. Izdaniye vtoroye, pierierabotannoye i dopolniennoye. – Moscow: Sovietskoye radio, 1973.

Moiseyev V.I. Logika otkrytogo sintez. V 2 t. T. 1. Struktura. Priroda. Dusha. Kn.1 – 2. – St. Petersburg: Mir, 2010.

Moiseyev V.I. Chelovek i obschestvo: obrazy sinteza. V 2 t. – Moscow: Navigator, 2012.

Moiseyev V.I. Filosofiya nauki. Filosofskiye probliemy biologii i mieditsiny. – Moscow: GEOTAR-Miedia, 2008. S. 14 – 22.

Spencer-Brown G. Laws of Form. George Allen and Unwin Ltd. – L., 1969.

Аннотация

Статья посвящена исследованию не слишком известного в отечественной философии направления – так называемого «исчисления форм», основанного британским математиком и логиком Спенсером-Брауном. Рассматриваются основные идеи и положения данного направления, проводятся параллели со структурным подходом, дается новая интерпретация исчисления форм как структурной версии интегрального подхода в современной философии.

Ключевые слова: форма, исчисление форм, собственная форма, субъектные онтологии, инвариантность.

Summary

The article investigates the so-called «calculus of forms» created by British mathematician and logician G. Spencer-Brown. The basic ideas and the provisions of this direction, parallels with structural approach are investigated, a new interpretation of the calculus of forms as a structural version of the integral approach in modern philosophy is given.

Keywords: form, calculus of forms, eigen form, subject ontology, invariance.